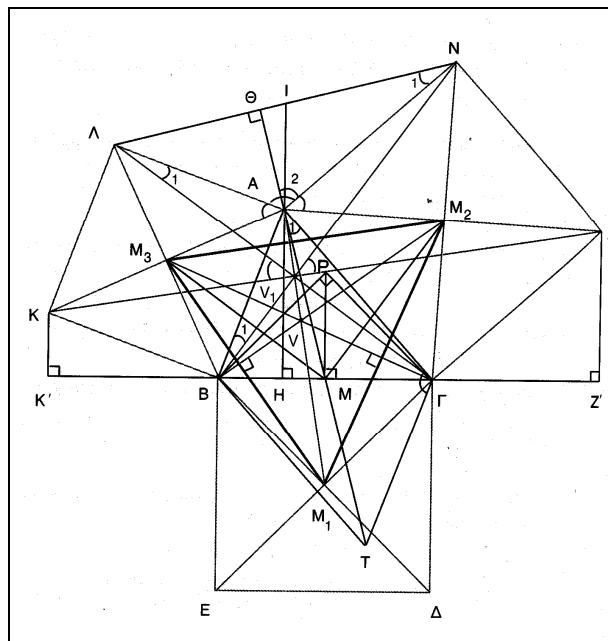


ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ



ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

A. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

ΠΟΤΕ ΚΑΝΟΥΜΕ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ: Σύγκριση τριγώνων κάνουμε όταν θέλουμε να αποδείξουμε ότι δύο ευθύγραμμα τμήματα ή δύο γωνίες είναι ίσες.

ΠΩΣ ΚΑΝΟΥΜΕ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

Για να συγκρίνουμε δύο τρίγωνα ακολουθούμε τα εξής βήματα:

1^ο : Ακολουθώντας τις οδηγίες της εκφώνησης, σχεδιάζουμε, ένα όσο πιο ακριβές είναι δυνατόν σχήμα. Κατά την χάραξη του σχήματος προσέχουμε να μην παίρνουμε ειδικές περιπτώσεις, εκτός και αν αυτό το απαιτεί η εκφώνηση της άσκησης. Δηλαδή αν η εκφώνηση μας λέει να σχεδιάσουμε ένα τρίγωνο, εμείς θα πρέπει να σχεδιάσουμε ένα σκαληνό τρίγωνο και όχι ένα ισοσκελές ή ένα ισόπλευρο που είναι ειδικές περιπτώσεις τριγώνων. Ισοσκελές ή ισόπλευρο θα σχεδιάσουμε αν η εκφώνηση μας λέει να σχεδιάσουμε ένα ισοσκελές ή ένα ισόπλευρο τρίγωνο.

2^ο : Εντοπίζουμε δύο τρίγωνα, τα οποία με μια πρώτη παρατήρηση να δείχνουν ίσα και να έχουν **απαραίτητα ως στοιχεία τα ζητούμενα τμήματα ή τις ζητούμενες γωνίες.**

3^ο : Τα παραπάνω τρίγωνα πρέπει οπωσδήποτε ανάμεσα στα ίσα στοιχεία τους να έχουν και μια πλευρά. **ΠΡΟΣΟΧΗ:** Μόνο με ισότητα γωνιών δεν προκύπτει ποτέ ισότητα τριγώνων.

4^ο : Ενδεχομένως τα ίσα στοιχεία των δύο τριγώνων που συγκεντρώθηκαν για την σύγκριση, να μην αρκούν. Σε αυτές τις περιπτώσεις πιθανόν να απαιτείται πρώτα η σύγκριση δύο άλλων τριγώνων, τα οποία να είναι τελικά ίσα και να μας εφοδιάσουν με νέα δεδομένα.

5^ο : Αν τα στοιχεία που συγκεντρώσαμε για τα δύο τρίγωνα συμφωνούν με τις απαιτήσεις κάποιου κριτηρίου ισότητας τριγώνων τότε καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι τα τρίγωνα που συγκρίνουμε είναι ίσα.

6^ο : Η βασική αρχή που εφαρμόζουμε μετά την απόδειξη ότι τα τρίγωνα είναι ίσα είναι: **"Απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες και απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές"**.

ΠΡΟΣΟΧΗ!! Την παραπάνω αρχή την εφαρμόζουμε **μόνο σε ίσα τρίγωνα.**

B. Η ΒΟΗΘΗΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΗ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Όταν τα στοιχεία ενός σχήματος μαζί με τα δεδομένα δεν επαρκούν για την λύση ενός γεωμετρικού θέματος, τότε είμαστε αναγκασμένοι να φέρουμε μία ή περισσότερες βοηθητικές γραμμές. Γενικά τέτοιες ενέργειες είναι:

- ✓ Να ενώσουμε δύο σημεία του σχήματος.
- ✓ Να δημιουργήσουμε νέα τρίγωνα.
- ✓ Να φέρουμε τις αποστάσεις κάποιων σημείων προς ορισμένες ευθείες.
- ✓ Να φέρουμε παράλληλη από ένα σημείο προς κάποια ευθεία.
- ✓ Να φέρουμε τη διχοτόμο κάποιας γωνίας.
- ✓ Να πάρουμε το μέσο ενός τμήματος.

Παρατήρηση: Θα πρέπει με μεγάλη φειδώ, να φέρνουμε βοηθητικές γραμμές σε ένα σχήμα. Θα πρέπει πρώτα να έχουμε εξαντλήσει όλες τις δυνατότητες επίλυσης του προβλήματος με τα υπάρχοντα στοιχεία και γραμμές και ύστερα να σκεφτούμε τη χάραξη βοηθητικής γραμμής.

Γ. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1 ^Η		
ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
$\triangle AB\Gamma$ $AE=AB$ και $AZ=A\Gamma$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
$B\Gamma=Z\epsilon$		
ΑΣΚΗΣΗ 2 ^Η		
ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
$\triangle AB\Gamma$ M μέσο $A\Gamma$ $MZ=BM$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
$AZ=B\Gamma$		
ΑΣΚΗΣΗ 3 ^Η		
ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
$\triangle AB\Gamma$ Z μέσο $A\Gamma$ και $ZH=BZ$ E μέσο AB και $E\Theta=\Gamma E$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
$A\Theta=AH$		

ΑΣΚΗΣΗ 4^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
\triangle ΑΒΓ $AD \perp AB$ και $AE \perp AG$ $AD=AB$ και $AE=AG$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
$GD=BE$		

ΑΣΚΗΣΗ 5^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
\triangle ΑΒΓ ισοσκελές ($AB=AG$) $BD=GE$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
\triangle ΑΔΕ ισοσκελές ($AD=AE$)		

ΑΣΚΗΣΗ 6^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
\triangle ΑΒΓ ισοσκελές ($AB=AG$) Μ μέσο ΒΓ $BD=GE$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
$MD = ME$		

ΑΣΚΗΣΗ 7^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
\triangle ΑΒΓ ισοσκελές(ΑΒ=ΑΓ) ΒΔ=ΓΕ ΒΖ = ΓΗ ----- ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
$\Delta Z = EH$		

ΑΣΚΗΣΗ 8^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
\triangle ΑΒΓ ισοσκελές(ΑΒ=ΑΓ) ΒΖ,ΓΕ διάμεσοι ----- ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
$BZ = GE$		

ΑΣΚΗΣΗ 9^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
\triangle ΑΒΓ ισοσκελές(ΑΒ=ΑΓ) ΒΖ,ΓΕ διχοτόμοι ----- ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
$BZ = GE$		

ΑΣΚΗΣΗ 10^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
Δ ΑΒΓ ισοσκελές (ΑΒ=ΑΓ) ΑΕ=ΑΖ Μ μέσο της ΒΓ		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
ΜΖ=ΜΕ		

ΑΣΚΗΣΗ 11^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
Δ ΑΒΓ ισοσκελές(ΑΒ=ΑΓ) Μ μέσο ΒΓ $ΑΔ = \frac{1}{3} ΑΒ$ και $ΑΕ = \frac{1}{3} ΑΓ$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
Δ ΜΔΕ ισοσκελές (ΜΔ=ΜΕ)		

ΑΣΚΗΣΗ 12^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
Δ ΑΒΓ ισοπλευρο (ΑΒ=ΑΓ=ΒΓ) ΑΕ=ΒΖ=ΓΗ		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
i. ΕΖ=ΕΗ ii. Δ ΕΖΗ ισοπλευρο		

ΑΣΚΗΣΗ 13^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
$\triangle AB\Gamma$ ΑΔ διχοτόμος ΑΕ=ΑΓ, ΑΖ=ΑΒ		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
ΒΕ=ΓΖ		

ΑΣΚΗΣΗ 14^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
(Ο, R) κύκλος ΑΑ', ΒΒ', ΓΓ' διάμετροι		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
$\triangle AB\Gamma = \triangle A'B'\Gamma'$		

ΑΣΚΗΣΗ 15^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
Β, Γ σημεία του κύκλου Ο ΑΒ=ΑΓ		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
$\triangle OAB = \triangle OAG$		

ΑΣΚΗΣΗ 16^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
<p>Ο και Α κέντρα των κύκλων</p>		
<p>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)</p>		
<p>Η ΑΟ διχοτομεί τη γωνία $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 17^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
<p>$\triangle AB\Gamma$ ισοσκελές ($AB=AG$) $BD=GE$ Μ μέσο της ΒΓ</p>		
<p>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)</p>		
<p>i) $\triangle MDE$ ισοσκελές ii) $\triangle ADM = \triangle AEM$</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 18^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
<p>$AB=AG$ $AD=BG$</p>		
<p>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)</p>		
<p>$\triangle OAD = \triangle OBG$</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 19^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
\triangle ΑΒΓ ΑΔ=ΑΒ ΚΑΙ ΑΕ=ΑΓ Μ μέσο ΒΓ Ζ το σημείο τομής της προέκτασης της ΜΑ με τη ΔΕ		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
i) \triangle ΑΒΓ = \triangle ΑΕΔ ii) \triangle ΑΕΖ = \triangle ΑΜΓ iii) Ζ μέσο ΕΔ		

ΑΣΚΗΣΗ 20^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
\triangle ΑΒΓ ισοσκελές(ΑΒ=ΑΓ) ΒΕ, ΓΖ ύψη		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
ΒΕ = ΓΖ		

ΑΣΚΗΣΗ 21^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
\triangle ΑΒΓ ισοσκελές(ΑΒ=ΑΓ) Μ μέσο ΒΓ ΜΔ ⊥ ΑΒ και ΜΕ ⊥ ΑΓ		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
ΜΔ = ΜΕ		

ΑΣΚΗΣΗ 22^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
$\triangle AB\Gamma$ $BE=AB$ και $\Gamma Z=AG$ $EH, Z\Theta \perp$ ευθεία $B\Gamma$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ) $EH=Z\Theta$		

ΑΣΚΗΣΗ 23^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
$\triangle AB\Gamma$ Ορθογώνιο $(\hat{A} = 90^\circ)$ M μέσο $B\Gamma$ $M\Delta = AM$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ) i) $M\Delta = AM$ ii) $M\Delta\Gamma = ABM$ iii) $B\Delta \perp \Delta\Gamma$		

ΑΣΚΗΣΗ 24^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
$\triangle AB\Gamma$ ισοσκελές ($AB=AG$) M μέσο της $B\Gamma$ $M\Delta \perp AB$ και $ME \perp AG$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ) i) $M\Delta = ME$ ii) $\hat{A}\hat{M}\Delta = \hat{A}\hat{M}E$ iii) $AM \perp \Delta E$		

ΑΣΚΗΣΗ 25^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
<p>Γωνία \widehat{xOy} $OA=OG$ και $OB=OD$</p>		
<p>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)</p>		
<p>i) $\triangle OBG = \triangle ODA$ ii) Η OK είναι η διχοτόμος της γωνίας \widehat{xOy}</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 26^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
<p>Τρίγωνα $\triangle AB\Gamma$ και $\triangle A'B'\Gamma'$ $\widehat{A} = \widehat{A'} = 90^\circ$ $AB=A'B'$ $AB+B\Gamma+\Gamma A=A'B'+B'\Gamma'+\Gamma'A'$</p>		
<p>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)</p>		
<p>$\triangle AB\Gamma = \triangle A'B'\Gamma'$</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 27^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
<p>$\triangle AB\Gamma$ ισόπλευρο $(AB=AG=B\Gamma)$ $A\Delta=BE=\Gamma Z$</p>		
<p>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)</p>		
<p>i) $\triangle A\Delta\Gamma = \triangle B\epsilon A = \triangle \Gamma ZB$ ii) $\triangle A\Delta K = \triangle B\epsilon \Lambda = \triangle \Gamma Z E$ iii) $\triangle K\Lambda M$ ισόπλευρο</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 28^H

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
$\triangle AB\Gamma$ $B\Gamma = 2AB$ $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$ BD διχοτόμος της \hat{B} M μέσο της πλευράς $B\Gamma$. ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
i) $\triangle B\Delta\Gamma$ ισοσκελές ii) $\Delta M \perp B\Gamma$ iii) $\triangle A\Delta B = \triangle B\Delta M$ iv) $\hat{A} = 90^\circ$		

ΑΣΚΗΣΗ 29^H

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
$\triangle AB\Gamma$ ισοσκελές $(AB = A\Gamma > B\Gamma)$ $BD = BA$ $BE = \Gamma\Delta$ ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
i) $\triangle A\Delta E$ ισοσκελές ii) $\hat{B}\hat{\Delta}\Gamma + \hat{B}\hat{\Delta}E = \hat{A}\hat{\Delta}B$		

ΑΣΚΗΣΗ 30^H

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
$\triangle AB\Gamma$ ισοσκελές $(AB = A\Gamma)$ $\Gamma\epsilon \perp B\Gamma$ E σημείο τομής BA με ϵ $AD \perp AB$ και $AZ \perp A\Gamma$ ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
i) $\triangle A\epsilon\Gamma$ ισοσκελές ii) $\triangle AZ\Gamma = \triangle A\Delta E$ iii) $\Gamma\Delta = ZE$ iv) $A\Delta = AZ$		

ΑΣΚΗΣΗ 31^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
<p>Τρίγωνο ΑΒΓ $ΒΔ=ΑΒ$ και $ΓΕ=ΑΓ$ $ΒΖ \perp ΑΔ$ και $ΓΖ \perp ΑΕ$</p>		
<p>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)</p>		
<p>Το τρίγωνο ΔΖΕ είναι ισοσκελές.</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 32^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
<p>ΑΒΓΔ τετράπλευρο $ΑΔ=ΒΓ$ και $\hat{Α} = \hat{Γ}$</p>		
<p>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)</p>		
<p>$\hat{Α} = \hat{Β}$</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 33^Η

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
<p>Κύκλος κέντρου Ο Α εσωτερικό σημείο του $ΑΒ=ΑΓ$</p>		
<p>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)</p>		
<p>$ΑΟ \perp ΒΓ$</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 34^H

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
\triangle $AB\Gamma$ με $AB < AG$ $AD=AG$ και $AE=AB$ I σημείο τομής της DE με τη $B\Gamma$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
i) $\triangle AB\Gamma = \triangle A\Delta E$ ii) $BI=IE$ iii) AI διχοτόμος της γωνίας \hat{A}		

ΑΣΚΗΣΗ 35^H

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
\triangle $AB\Gamma$ με $AB < AG$ $AG'=AG$ και $AB'=AB$ Δ σημείο τομής των $B'\Gamma', B\Gamma$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
i) $\triangle AB\Gamma = \triangle AB'\Gamma'$ ii) $\triangle BB'\Delta$ ισοσκελές. iii) Η διχοτόμος της γωνίας \hat{A} διέρχεται από το A .		

ΑΣΚΗΣΗ 36^H

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
\triangle $AB\Gamma$ $B\Delta, GE$ διάμεσοι $B\Delta=GE$ προεκτείνουμε τη $E\Delta$ ώστε $ZE=ED=EH$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
i) $\triangle AZH$ ισοσκελές. ii) $\triangle AZE = \triangle AH\Delta$ iii) $\triangle AB\Gamma$ ισοσκελές		

ΑΣΚΗΣΗ 37^H

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
$\triangle AB\Gamma$ Οι διχοτόμοι των εξωτερικών γωνιών \widehat{B} και $\widehat{\Gamma}$ τέμνονται στο I $I\Delta \perp AB$ και $I\epsilon \perp A\Gamma$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
i) $I\Delta = I\epsilon$ ii) Η διχοτόμος της γωνίας \widehat{A} διέρχεται από το σημείο I .		

ΑΣΚΗΣΗ 38^H

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
$\triangle AB\Gamma$ ϵ μεσοκάθετος της $B\Gamma$ Δ σημείο τομής της ϵ και της διχοτόμου της γωνίας \widehat{A} $\Delta E \perp AB$ και $\Delta Z \perp A\Gamma$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
$\widehat{E\Delta B} = \widehat{Z\Delta\Gamma}$		

ΑΣΚΗΣΗ 39^H

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
$\triangle AB\Gamma$ AM διάμεσος $M\Delta = AM$		
ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)		
$\widehat{B\Delta\Gamma} = \widehat{A}$		

ΑΣΚΗΣΗ 40^H

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
<p>ΑΒ διάμετρος ΑΓ=ΑΔ</p>		
<p>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)</p>		
<p>ΒΓ=ΒΔ</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 41^H

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
<p>Οι κύκλοι Κ και Λ είναι ίσοι Μ μέσο της ΚΛ ΑΒΜΓΔ τυχαία ευθεία</p>		
<p>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)</p>		
<p>ΑΒ=ΓΔ</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 42^H

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΥΠΟΘΕΣΗ)	ΣΧΗΜΑ	ΛΥΣΗ
<p>Κύκλος κέντρου Κ Σ εξωτερικό σημείο του ΣΑΒ, ΣΓΔ τέμνουσες τέτοιες, ώστε ΣΒ=ΣΔ</p>		
<p>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ)</p>		
<p>i) ΣΚ διχοτόμος της $\hat{\Sigma}$ ii) ΑΒ=ΓΔ iii) ΣΑ=ΣΓ</p>		