

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ ΣΤΑ ΤΡΙΓΩΝΑ

Άσκηση 1η

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB=ΑΓ). Φέρνουμε τα ύψη του ΒΔ και ΓΕ. Να αποδείξετε ότι ΒΔ=ΓΕ.

Άσκηση 2η

Σε τρίγωνο ABΓ φέρνουμε τα ύψη του ΒΔ και ΓΕ. Αν ΒΔ=ΓΕ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές.

Άσκηση 3η

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB=ΑΓ). Φέρνουμε τις διαμέσους του ΒΔ και ΓΕ. Να αποδείξετε ότι ΒΔ=ΓΕ.

Άσκηση 4η

Σε τρίγωνο ABΓ φέρνουμε τις διαμέσους του ΒΔ και ΓΕ. Αν ΒΔ=ΓΕ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές.

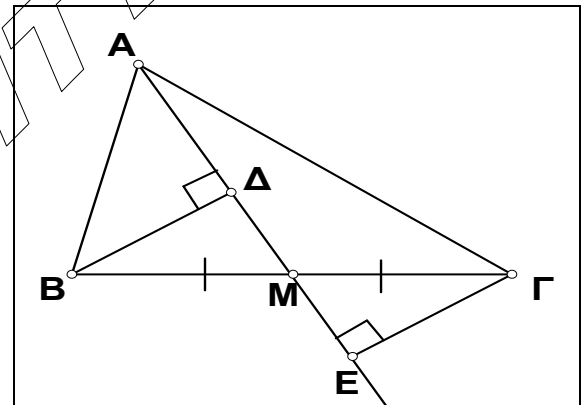
Άσκηση 5η

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB=ΑΓ). Φέρνουμε τις διχοτόμους του ΒΔ και ΓΕ. Να αποδείξετε ότι ΒΔ=ΓΕ.

Άσκηση 6η

Δίνεται τρίγωνο ABΓ και η διάμεσός του ΑΜ. Από τις κορυφές Β και Γ φέρνουμε τις κάθετες ΒΔ και ΓΕ προς την ευθεία ΑΜ. Να αποδείξετε ότι:

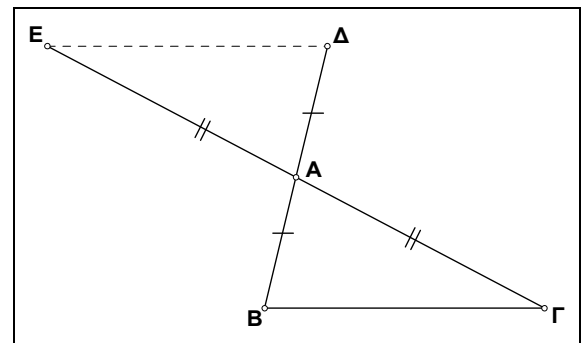
- α. ΒΔ=ΓΕ**
- β. Τα σημεία Δ και Ε ισαπέχουν από τη ΒΓ.**



Άσκηση 7η

Προεκτείνουμε τις πλευρές AB και ΑΓ τριγώνου ABΓ προς το μέρος του Α και στις προεκτάσεις τους παίρνουμε τα σημεία Δ και Ε έτσι ώστε ΑΔ=ΑΒ και ΑΕ=ΑΓ.

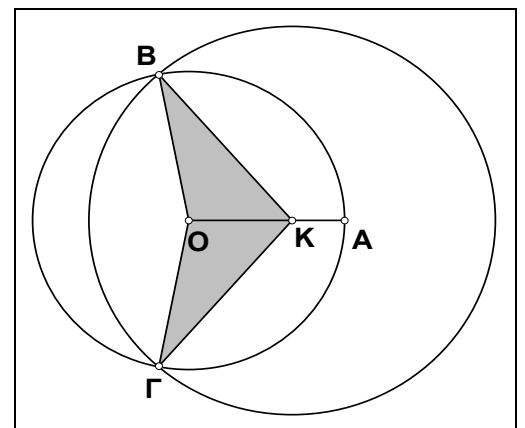
- α. Να αποδείξετε ότι ΔΕ=ΒΓ**
- β. Αν η προέκταση της διαμέσου ΑΜ του τριγώνου ABΓ τέμνει τη ΔΕ στο Ν να αποδείξετε ότι η ΑΝ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΔΕ.**



Άσκηση 8η

Θεωρούμε κύκλο με κέντρο Ο, μια ακτίνα του ΟΑ και ένα τυχαίο σημείο Κ αυτής. Με κέντρο το Κ γράφουμε κύκλο, ο οποίος τέμνει τον πρώτο κύκλο στα σημεία Β και Γ.

- α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΚΒ και ΟΚΓ είναι ίσα.**
- β. Να αποδείξετε ότι η ΟΑ είναι μεσοκάθετος του ΒΓ.**



Άσκηση 9η

Σε ένα τρίγωνο ABΓ ισχύει ότι:

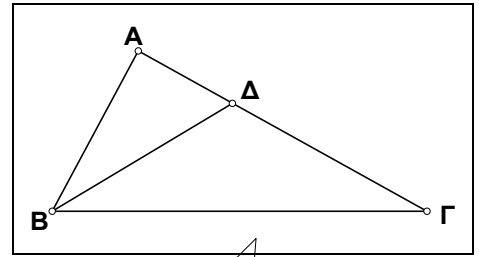
$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma$$

Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο αυτό είναι ισόπλευρο.

Άσκηση 10η

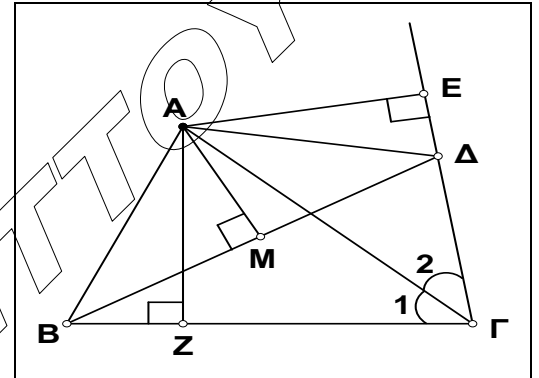
Σε τρίγωνο ABΓ είναι $\alpha=2\gamma$ και $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$. Αν ΒΔ είναι η διχοτόμος της γωνίας \hat{B} να αποδείξετε ότι:

- Το σημείο Δ ισαπέχει από την πλευρά ΒΓ και την κορυφή Α.
- Το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$).
- $A\Delta < \Delta\Gamma$.



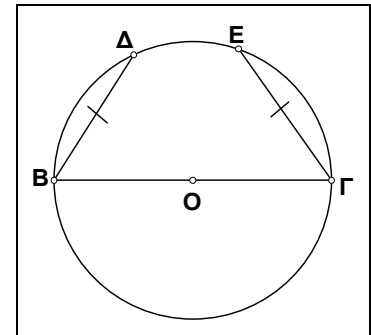
Άσκηση 11η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2$, η ΑΜ είναι μεσοκάθετη του ευθυγράμμου τμήματος ΒΔ, $AZ \perp B\Gamma$ και $AE \perp GE$. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΖΒΑ και ΑΔΕ είναι ίσα.



Άσκηση 12η

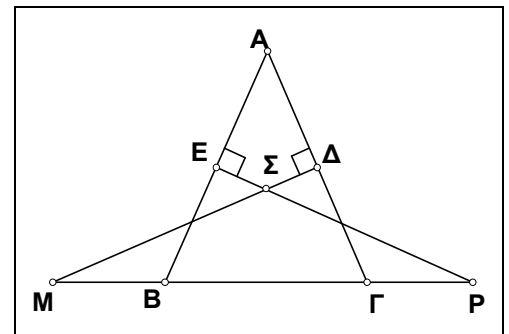
Σε κύκλο (Ο, R) φέρνουμε την διάμετρο ΒΓ και προς το αυτό μέρος της διαμέτρου τις ίσες χορδές ΒΔ, ΓΕ. Να αποδείξετε ότι $BE = \Gamma\Delta$.



Άσκηση 13η

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές με $AB = \Gamma\Gamma$ και τα σημεία Δ, Ε είναι τα μέσα των πλευρών ΑΓ και ΑΒ αντίστοιχα. Επίσης είναι $M\Delta \perp A\Gamma$ και $PE \perp AB$. Να αποδείξετε ότι:

- το τρίγωνο ΣΜΡ είναι ισοσκελές.
- Το σημείο Σ είναι σημείο της διχοτόμου της γωνίας Α του τριγώνου.
- $MB = \Gamma P$



Άσκηση 14η

Τα μήκη δύο πλευρών ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι x ($x > 0$) και $2x+1$ αντίστοιχα. Η περιμετρος του τριγώνου θα είναι:

- α.** $4x$, **β.** $4x+1$, **γ.** $5x+1$, **δ.** $5x+2$, **ε.** Άλλο (προσδιορίστε το)

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

Άσκηση 15η

Αν α, β, γ είναι πλευρές τριγώνου να συγκρίνετε τις παραστάσεις σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- i.** γ^2 και $(\alpha+\beta)^2$ **ii.** β^2 και $(\alpha-\gamma)^2$

Άσκηση 16η

Αν ABΓ ισόπλευρο τρίγωνο και ΑΔ είναι ύψος του, να διατάξετε τα ευθύγραμμα τμήματα AB, ΒΔ, τ και ΔΑ κατά σειρά μεγέθους από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο.