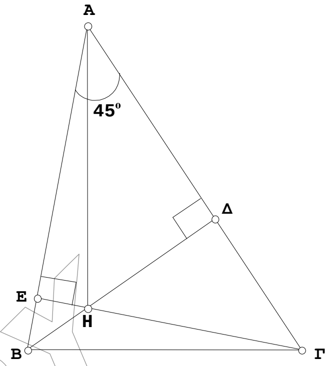
ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

1. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο **ΑΒΓ** με $\widehat{A}=45^0$ και τα ύψη του **ΒΔ** και **ΓΕ** που τέμνονται στη **Η.** Να δείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα **ΑΕΓ** και **ΕΗΒ** είναι ισοσκελή.

β) **ΑΗ=ΒΓ**

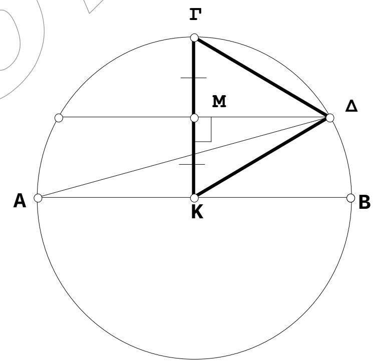


2. Δίνεται κύκλος διαμέτρου **ΑΒ** και κέντρου **Κ.** Από το **Κ** φέρω την ακτίνα $ΚΓ \perp AB$ και έστω **Μ** το μέσο της **ΚΓ.** Από το **Μ** φέρνω την κάθετη στην **ΚΓ** η οποία τέμνει τον κύκλο στο **Δ.**

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο **ΚΔΓ** είναι ισόπλευρο.

β) Να δείξετε ότι η **ΑΔ** είναι διχοτόμος της **ΜΔΚ.**

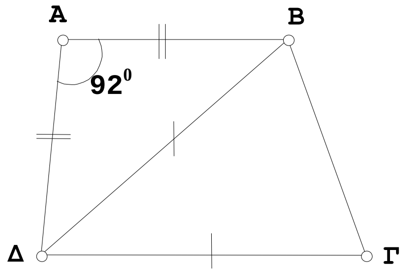
γ) Να υπολογίσετε σε μοίρες τη γωνία **ΒΑΔ.**



3. Σε τετράπλευρο **ΑΒΓΔ** είναι **ΑΒ//ΓΔ, ΑΒ=ΑΔ, ΔΒ=ΔΓ** και $\widehat{A}=92^0$.

α) Να δείξετε ότι η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας **Δ.**

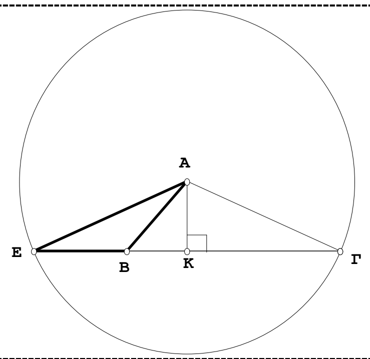
β) Να υπολογίσετε σε μοίρες τη γωνία **Γ.**



4. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο **ΑΒΓ** με $\widehat{B}=2\widehat{Γ}$ και το ύψος του **ΑΚ.** Ο κύκλος κέντρου **Α** και ακτίνας **ΑΓ** τέμνει την προέκταση της **ΒΓ** στο **Ε.** Να δειχθεί ότι:

α) Το τρίγωνο **ΑΕΒ** είναι ισοσκελές.

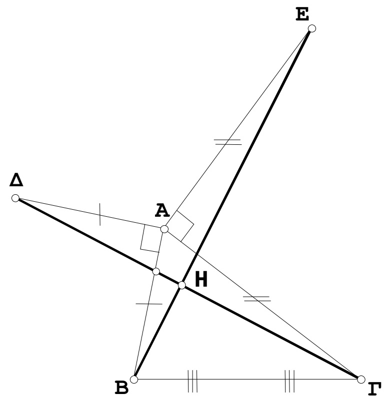
β) **ΚΓ=ΚΒ+ΑΒ**



5. Δίνεται τρίγωνο **ΑΒΓ.** Στο σημείο **Α** φέρνουμε δύο ευθύγραμμα τμήματα **ΑΔ** και **ΑΕ** έτσι ώστε $ΑΔ \perp ΑΒ$, $ΑΕ \perp ΑΓ$, **ΑΔ=ΑΒ** και **ΑΕ=ΑΓ** και οι γωνίες **ΔΑΒ, ΒΑΓ** και **ΓΑΕ** να είναι διαδοχικές. Αν **Η** είναι το σημείο τομής των **ΒΕ** και **ΓΔ,** να αποδείξετε ότι:

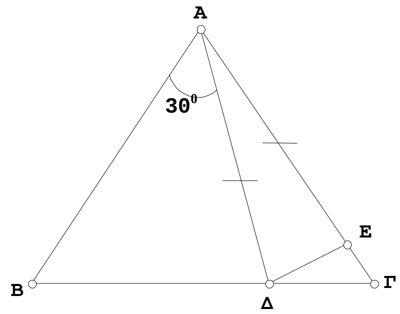
α) **ΒΕ=ΓΔ**

β) $ΒΕ \perp ΓΔ$

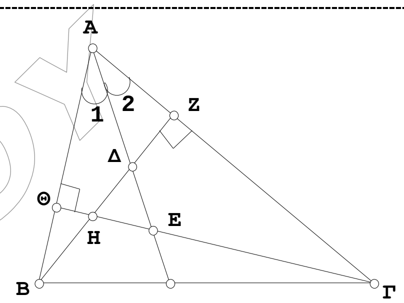


6. Δίνεται ισοσκελές **ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ)** με $\widehat{A} > 30^0$. Στην πλευρά **ΒΓ** παίρνουμε σημείο **Δ** με $\widehat{BA\Delta} = 30^0$ και στην πλευρά **ΑΓ** παίρνουμε τμήμα **ΑΕ=ΑΔ**. Να αποδείξετε ότι:

$$\boxed{\widehat{E\Delta\Gamma} = 15^0}.$$

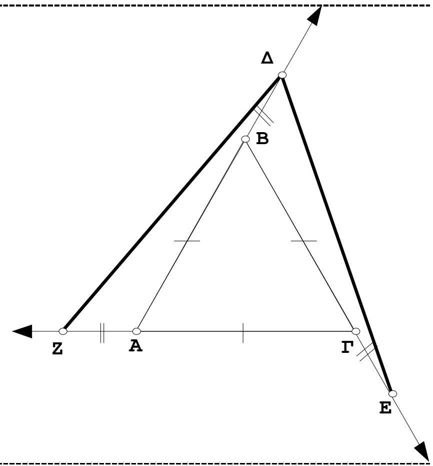


7. Σε τρίγωνο **ΑΒΓ** χαράσουμε την εσωτερική διχοτόμο της γωνίας **Α** και τα ύψη **ΒΖ** και **ΓΘ** από τις κορυφές **Β** και **Γ** τα οποία την τέμνουν στα σημεία **Δ** και **Ε**. Αν **Η** το σημείο τομής των υψών, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο **ΔΕΗ** είναι ισοσκελές.

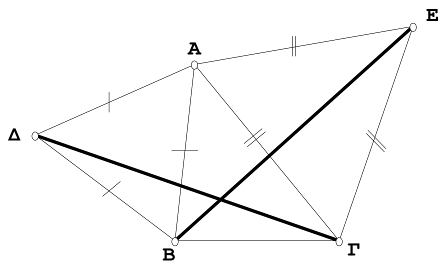


8. Προεκτείνουμε τις πλευρές **ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ** ισοπλεύρου τριγώνου **ΑΒΓ** κατά ίσα τμήματα **ΒΔ, ΓΕ** και **ΑΖ**. Να αποδείξετε ότι:

$$\boxed{\widehat{Z\Delta E} = 60^0}$$



9. Δίνεται τρίγωνο **ΑΒΓ.** Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε δύο ισόπλευρα τρίγωνα **ΑΒΔ** και **ΑΓΕ.** Να αποδείξετε ότι τα τμήματα **ΔΓ** και **ΒΕ** είναι ίσα και τέμνονται υπό γωνία **60°** .



10. Σε ευθεία θεωρούμε κατά σειρά τα σημεία **Α,Β,Γ** έτσι ώστε **ΑΒ=2ΒΓ** και στο ίδιο ημιεπίπεδο κατασκευάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα **ΑΒΔ** και **ΒΓΕ.** Να αποδείξετε ότι:

α) Η απόσταση **ΔΖ** του **Δ** από την **ΑΒ** ισούται με **ΔΕ**

β) $\Delta E \perp BE$

γ) το τρίγωνο **ΔΖΕ** είναι ισόπλευρο.