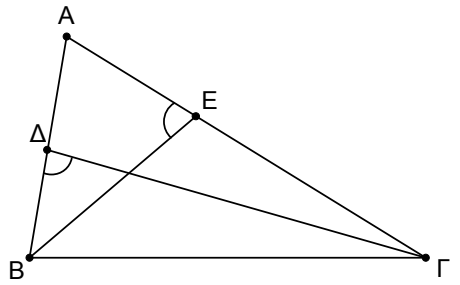
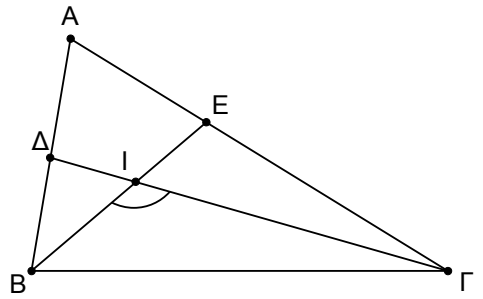
ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

1. Σε τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε τις διχοτόμους ΒΕ και ΓΔ των γωνιών Β και Γ. Αν οι γωνίες $B\hat{\Delta}\Gamma$ και $B\hat{E}A$ είναι ίσες να αποδείξετε ότι $\hat{A} = 60^0$.



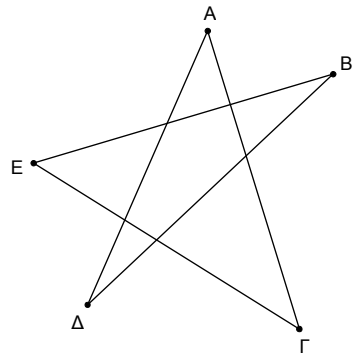
2. α) Αν οι διχοτόμοι των γωνιών Β και Γ ενός τριγώνου ΑΒΓ τέμνονται στο Ι, να αποδείξετε ότι: $B\hat{I}\Gamma = 90^0 + \frac{\hat{A}}{2}$.

β) Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει τρίγωνο στο οποίο δύο διχοτόμοι να τέμνονται κάθετα.



3. Σύμφωνα με το διπλανό σχήμα να αποδείξετε ότι:

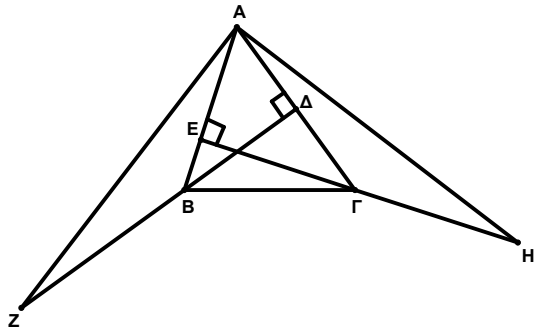
$$\boxed{\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} + \hat{\Delta} + \hat{E} = 180^0}$$



4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα δύο του ύψη ΒΔ και ΓΕ. Προεκτείνουμε το ύψος ΔΒ κατά τμήμα ΒΖ=ΑΓ και το ύψος ΕΓ κατά τμήμα ΓΗ=ΑΒ. Να αποδείξετε ότι:

α. ΑΗ=ΑΖ

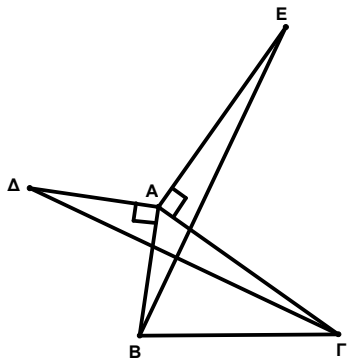
β. ΑΗ $\perp$ ΑΖ



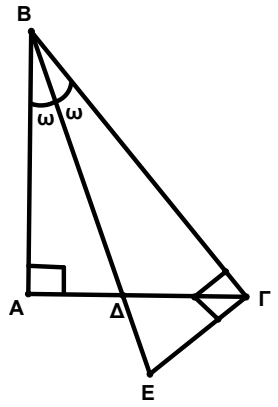
5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα ΑΔ ίσο και κάθετο με την πλευρά ΑΒ, όπως επίσης και τμήμα ΑΕ ίσο και κάθετο με την πλευρά ΑΓ, έτσι ώστε οι γωνίες ΔΑΒ, ΒΑΓ και ΓΑΕ να είναι διαδοχικές. Να αποδείξετε ότι:

α. ΓΔ=ΒΕ

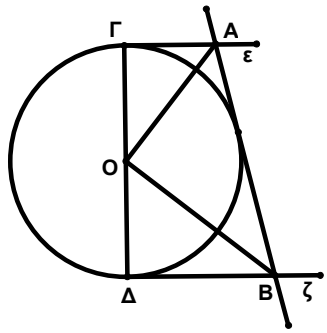
β. ΓΔ $\perp$ ΒΕ



6. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\widehat{A} = 90^0$) φέρουμε τη διχοτόμο ΒΔ και στο σημείο Γ φέρνουμε ευθεία κάθετη στην ΒΓ η οποία τέμνει την ευθεία ΒΔ στο Ε. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΓΔΕ είναι ισοσκελές.

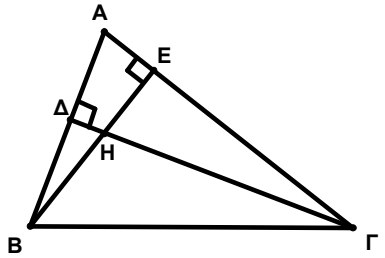


7. Δίνεται κύκλος κέντρου Ο και ε και ζ δύο εφαπτόμενες στα άκρα Γ και Δ μιας διαμέτρου ΓΔ. Τρίτη εφαπτομένη τέμνει αυτές στα Α και Β αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι η γωνία ΑΟΒ είναι ορθή.



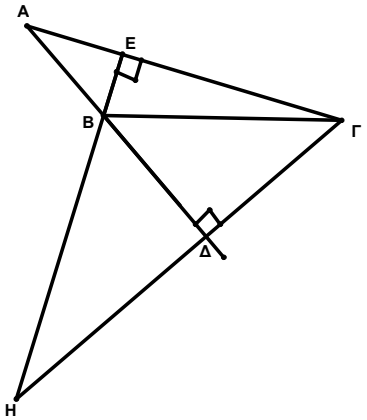
8. Στο διπλανό σχήμα έχουμε τρίγωνο ΑΒΓ στο οποίο έχουμε φέρει τα ύψη ΒΕ και ΓΔ που τέμνονται στο Η. Να αποδείξετε ότι:

$$\boxed{B\widehat{H}\Gamma = \widehat{B} + \widehat{\Gamma}}$$



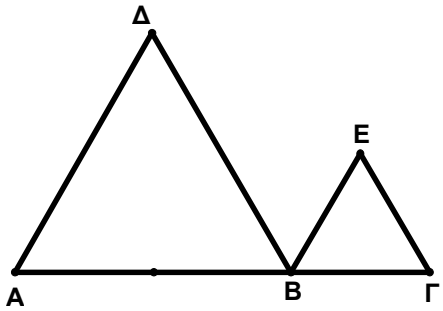
9. Στο διπλανό σχήμα έχουμε τρίγωνο ΑΒΓ στο οποίο έχουμε φέρει τα ύψη ΒΕ και ΓΔ που τέμνονται στο Η. Να αποδείξετε ότι:

$$\boxed{B\widehat{H}\Gamma = \widehat{A}}$$



10. Σε ευθεία θεωρούμε κατά σειρά τα σημεία Α,Β και Γ έτσι ώστε ΑΒ=2ΒΓ, και στο ίδιο ημιεπίπεδο κατασκευάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα ΑΒΔ και ΒΓΕ. Να αποδείξετε ότι:

α. Η απόσταση ΔΖ του Δ από την ΑΒ είναι ίση με ΔΕ,

β. $\Delta E \perp BE$

γ. το τρίγωνο ΔΖΕ είναι ισόπλευρο.