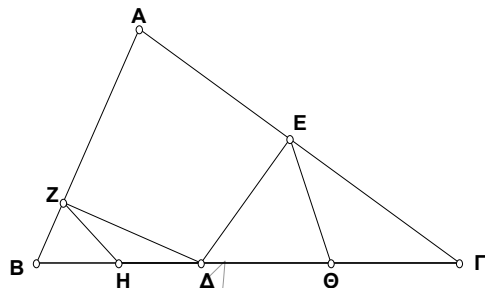


ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΤΡΙΓΩΝΑ

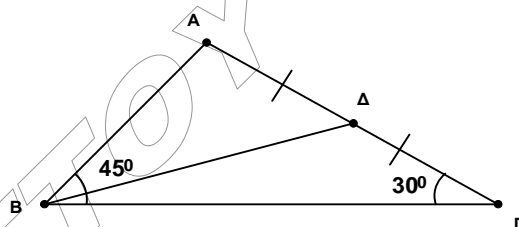
1. Δίνεται τρίγωνο $\mathbf{AB\Gamma}$ και $\mathbf{\Delta}$ τυχαίο σημείο της $\mathbf{B\Gamma}$. Φέρουμε $\mathbf{\Delta Z \perp AB}$ και $\mathbf{\Delta E \perp A\Gamma}$. Αν \mathbf{H} και $\mathbf{\Theta}$ τα μέσα των $\mathbf{B\Delta}$ και $\mathbf{\Gamma\Delta}$ αντίστοιχα δείξτε ότι:

$$2(ZH + E\Theta) = B\Gamma$$



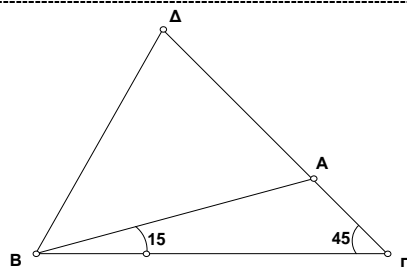
2. Δίνεται τρίγωνο $\mathbf{AB\Gamma}$ με $\hat{B} = 45^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν $\mathbf{\Delta}$ είναι το μέσο της $\mathbf{A\Gamma}$ δείξτε ότι:

$$\hat{\Delta B\Gamma} = 15^\circ$$



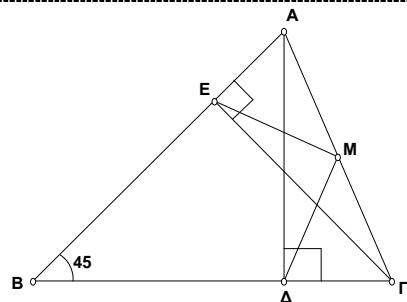
3. Ένα τρίγωνο $\mathbf{AB\Gamma}$ έχει $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ και $\hat{B} = 15^\circ$. Στην προέκταση της πλευράς $\mathbf{\Gamma A}$ προς το \mathbf{A} παίρνουμε τμήμα $\mathbf{A\Delta = 2A\Gamma}$. Να αποδείξετε ότι:

$$\hat{A\Delta B} = 75^\circ$$



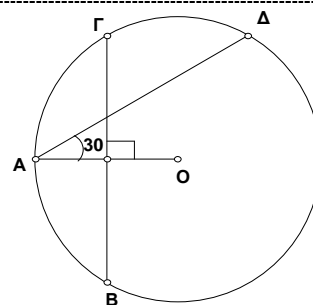
4. Σε οξυγώνιο τρίγωνο $\mathbf{AB\Gamma}$ είναι $\hat{B} = 45^\circ$. Αν $\mathbf{A\Delta}$ και $\mathbf{\Gamma E}$ τα δύο ύψη τού τριγώνου και \mathbf{M} το μέσο της $\mathbf{A\Gamma}$ να αποδείξετε ότι:

$$ME \perp M\Delta$$



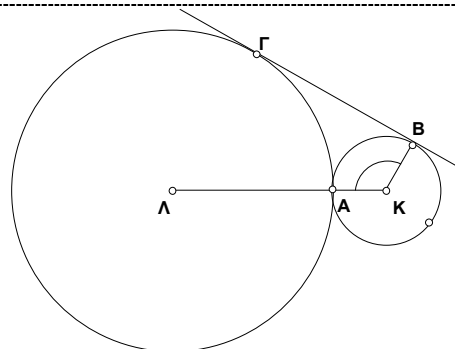
5. Σε κύκλο κέντρου \mathbf{O} θεωρούμε μια ακτίνα \mathbf{OA} , μια χορδή $\mathbf{B\Gamma}$ που είναι μεσοκάθετος της ακτίνας αυτής, και μια ακόμη χορδή $\mathbf{A\Delta}$ που σχηματίζει με την \mathbf{OA} γωνία $\mathbf{30^\circ}$. Δείξτε ότι:

$$A\Delta = B\Gamma$$



6. Δύο κύκλοι (\mathbf{K}, R) και $(\mathbf{\Lambda}, 3R)$ εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο \mathbf{A} . Αν $\mathbf{B\Gamma}$ είναι κοινή εξωτερική εφαπτομένη τους να αποδείξετε ότι:

$$\hat{B\hat{K}A} = 120^\circ$$

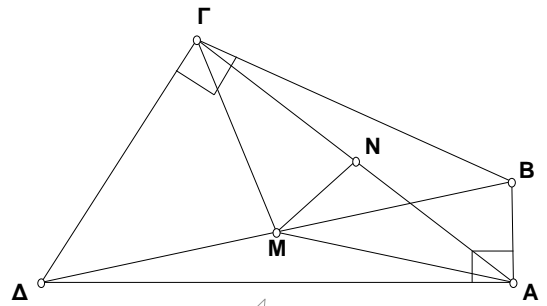


7. Σε τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι $\hat{A} = \hat{\Gamma} = 90^\circ$. Αν M είναι το μέσο της $B\Delta$ και N το μέσο της $A\Gamma$ να αποδείξετε ότι:

i) Το τρίγωνο $M\Delta\Gamma$ είναι ισοσκελές.

ii) $AG \leq B\Delta$

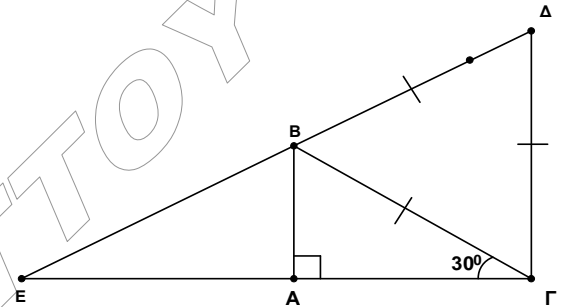
iii) $MN \perp A\Gamma$



8. Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Έξω από αυτό κατασκευάζω το ισόπλευρο τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ και έστω E το σημείο τομής των ευθειών $A\Gamma$ και $B\Delta$. Δείξτε ότι:

i) $AB \parallel \Gamma\Delta$

ii) $EA = A\Gamma$



9. Δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μια οξεία γωνία ίση και ίσες διαμέσους προς τις υποτείνουσες. Εξηγήστε τον λόγο για τον οποίο τα τρίγωνα αυτά είναι ίσα.

10. Σε τρίγωνο ορθογώνιο και ισοσκελές ποιο από τα παρακάτω μεγέθη δεν είναι ίσο με το μισό της υποτείνουσας;

- A. Η διάμεσος προς την υποτείνουσα.
- B. Το ύψος προς την υποτείνουσα.
- Γ. Η διχοτόμος της ορθής γωνίας.
- Δ. Το τμήμα που ενώνει τα μέσα των κάθετων πλευρών.
- E. Το μισό της ημιπεριμέτρου.

11. (Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.)

Αν ένα ισοσκελές τρίγωνο έχει μια γωνία 120° τότε το ύψος προς τη βάση:

- i) Ισούται με το $\frac{1}{4}$ της βάσης.
- ii) Ισούται με το $\frac{1}{2}$ της βάσης.
- iii) Ισούται με το $\frac{1}{2}$ της μιας από τις ίσες πλευρές.
- iv) Δεν ισχύει τίποτα από τα προηγούμενα.

12. Να εξηγήσετε για ποιο λόγο το άθροισμα των καθέτων πλευρών ορθογωνίου τριγώνου είναι μεγαλύτερο από το διπλάσιο της διαμέσου που αντιστοιχεί στη υποτείνουσα.

13. (Να εξετάσετε αν είναι σωστή ή λάθος η παρακάτω πρόταση)

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ η διάμεσος AM ισούται με τα $\frac{3}{2}$ της $B\Gamma$. Αν Θ το βαρύκεντρο του τριγώνου αυτού τότε η γωνία $B\Theta\Gamma$ είναι ορθή.