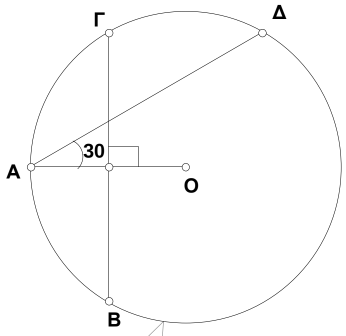
ΘΕΜΑ 1^{o}

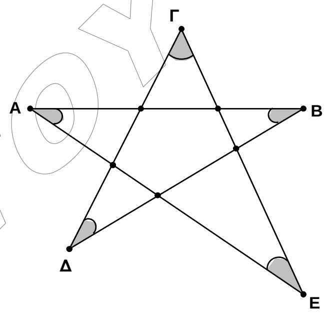
Α. Σε κύκλο κέντρου Ο θεωρούμε μια ακτίνα ΟΑ, μια χορδή ΒΓ που είναι μεσοκάθετος της ακτίνας αυτής, και μια ακόμη χορδή ΑΔ που σχηματίζει με την ΟΑ γωνία 30^{o} . Δείξτε ότι:

$$\boxed{\mathrm{A\Delta} = \mathrm{B\Gamma}}$$



Β. Στο διπλανό σχήμα (αστέρι) τα τρίγωνα που σχηματίζονται είναι τυχόντα. Να δείξετε ότι:

$$\boxed{\widehat{\mathrm{A}} + \widehat{\mathrm{B}} + \widehat{\Gamma} + \widehat{\Delta} + \widehat{\mathrm{E}} = 180^{0}}$$

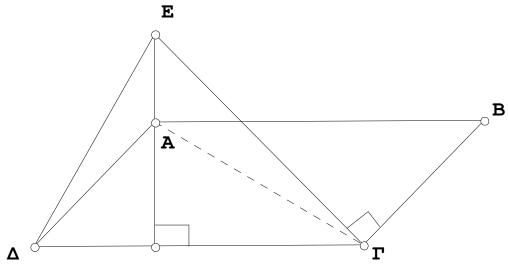


ΘΕΜΑ 2^{O}

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Η κάθετη προς τη ΒΓ στο Γ και η κάθετη από το Α προς την ΑΒ τέμνονται στο σημείο Ε. Να αποδείξετε ότι:

α) $\Delta\mathrm{A} \perp \mathrm{E}\Gamma$.

β) $\Gamma\mathrm{A} \perp \Delta\mathrm{E}$.

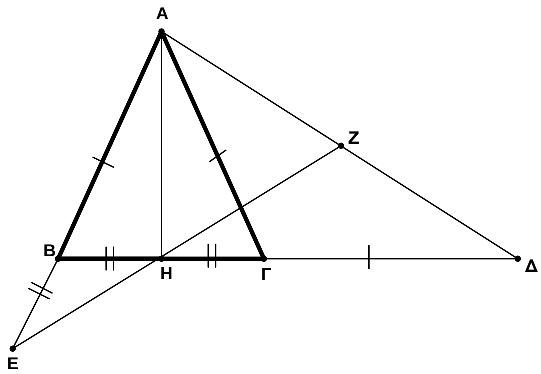


Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) προεκτείνουμε τη ΒΓ κατά τμήμα ΓΔ=ΑΓ και την ΑΒ κατά τμήμα ΒΕ=ΒΗ, όπου Η είναι το μέσο της ΒΓ. Αν η ΕΗ τέμνει την ΑΔ στο Ζ, να αποδείξετε ότι:

α) $\mathrm{A}\widehat{\Delta}\mathrm{B} = \frac{1}{2}\mathrm{A}\widehat{\mathrm{B}}\Gamma$

β) Το τρίγωνο ΖΗΔ είναι ισοσκελές.

γ) Το Ζ είναι το μέσον του ΑΔ.



ΘΕΜΑ 4^{O}

Σε παραλληλόγραμμο $\mathrm{AB}\Gamma\Delta$ προεκτείνουμε την πλευρά AB κατά τμήμα $\mathrm{BE} = \mathrm{B}\Gamma$. Φέρουμε την κάθετη στη BE στο E, η οποία τέμνει τη διχοτόμο της γωνίας A στο Z. Αν O είναι το κέντρο του παραλληλογράμμου και M είναι το μέσο της AZ, να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα MBE και $\mathrm{MA}\Delta$ είναι ίσα.

β) Το τρίγωνο ΜΔΒ είναι ισοσκελές,

γ) $\mathrm{Z}\Gamma = 2\mathrm{MO}$

δ) $\mathrm{Z}\Gamma \perp \mathrm{B}\Delta$