ΔΕΥΤΕΡΑ 9 ΙΟΥΝΙΟΥ 2008
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^{ο}

Α. Να δώσετε τους ορισμούς των εννοιών:
i) Διάμεσος τριγώνου
ii) Διάμεσος τραπεζίου

(Μονάδες 5)

Β. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι δύο ορθές.

(Μονάδες 10)

Γ. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ).

α) Το παραλληλόγραμμο που έχει μια γωνία του ορθή λέγεται τετράγωνο.

β) Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο μια γωνία του ισούται 30^{o}, τότε η απέναντι πλευρά του είναι το μισό της υποτείνουσας.

γ) Αν ένα παραλληλόγραμμο έχει δύο διαδοχικές γωνίες του ίσες τότε αυτό είναι ορθογώνιο.

δ) Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους.

ε) Δύο τρίγωνα που έχουν τις γωνίες τους ίσες μια προς μια είναι ίσα.

(Μονάδες 10)

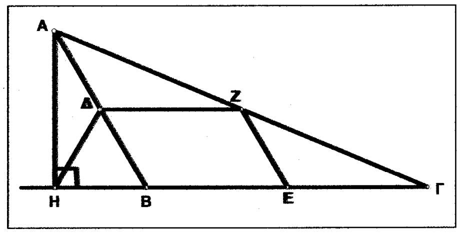
ΘΕΜΑ 2^{ο}

Έστω Ο το κέντρο παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ. Αν Ε και Ζ σημεία των ΟΑ και ΟΓ αντίστοιχα, ώστε ΟΕ=ΟΖ, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΒΕΔΖ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 25)

ΘΕΜΑ 3^{ο}

Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ και έστω $Δ, Ε, Ζ$ τα μέσα των πλευρών του $ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ$ αντίστοιχα. Αν το $ΑΗ$ είναι ύψος του τριγώνου $ΑΒΓ$ να αποδείξετε ότι:



α) $ΗΔ = ΖΕ$

(Μονάδες 8)

β) Το τετράπλευρο $ΗΔΖΕ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

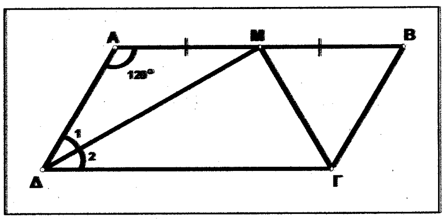
(Μονάδες 9)

γ) Να αποδείξετε ότι το ΑΔΕΖ είναι παραλληλόγραμμο και ότι το $ΑΕ$ διέρχεται από το μέσο του $ΔΖ$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4^{ο}

Στο διπλανό σχήμα δίνεται παραλληλόγραμμο **ΑΒΓΔ** στο οποίο $\hat{Α} = 120^{0}$ και η διχοτόμος της γωνίας $\hat{Δ}$ διέρχεται από το μέσο $Μ$ της $ΑΒ$.



α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ΑΜΔ$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 7)

β) Το τρίγωνο $ΜΒΓ$ είναι ισόπλευρο

(Μονάδες 8)

γ) Αν **ΑΗ είναι το κάθετο τμήμα προς τη** $ΔΓ$ να αποδείξετε ότι: $ΔΗ = \frac{ΑΜ}{2}$

(Μονάδες 10)

Τα σχήματα να τα μεταφέρετε στην κόλλα σας.
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

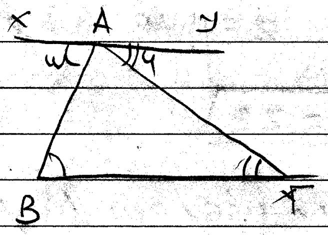
ΑΡΙΣΤΕΑ ΜΕΛΕΤΟΠΟΥΛΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο:

Α. i) Διάμεσος τριγώνου λέγεται το ευθ. τμήμα που ενώνει μια κορυφή του τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς.

ii) Διάμεσος τραπεζίου λέγεται το ευθ. τμήμα που έχει τα άκρα του στα μέσα των μη παραλλήλων πλευρών του.

Β.



Έστω τρίγωνο ΑΒΓ. Από την κορυφή Α φέρνουμε ευθεία $xy \parallel ΒΓ$. Τότε θα έχουμε:

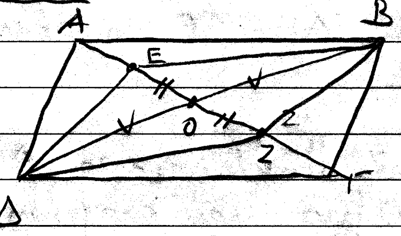
$\hat{\omega} = \hat{B}$ (εντός εναλλάξ)

$\hat{\varphi} = \hat{Γ}$ (—//—)

Έτσι $\hat{A}+\hat{B}+\hat{Γ} = \hat{A}+\hat{\omega}+\hat{\varphi} = 2L$.

Γ. Λ, Σ, Σ, Σ, Λ.

ΘΕΜΑ 2ο:

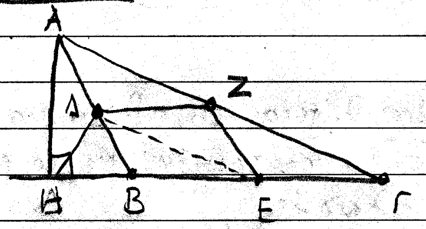


Επειδή ΑΒΓΔ παραλ/μο $ΒΟ = ΟΔ$. (1)

Επίσης δίνεται ότι $ΟΕ = ΟΖ$ (2)

Από (1),(2) $\Rightarrow$ ΒΕΔΖ παραλ/μο γιατί οι διαγώνιοι του διχοτομούνται.

ΘΕΜΑ 3ο



α) Στο ορθ. τρίγωνο ΑΗΒ ($\hat{H}=90^\circ$) η ΗΔ είναι η διάμεσος προς την υποτείνουσα άρα

$$HΔ = \frac{AB}{2} \quad (1)$$

Στο ΑΒΓ το ΖΕ ενώνει τα μέσα των ΑΓ και ΒΓ άρα $ZE \parallel AB$ και $ZE = \frac{AB}{2}$ (2)

Από (1), (2) $\Rightarrow$ $\boxed{HΔ = ZE}$

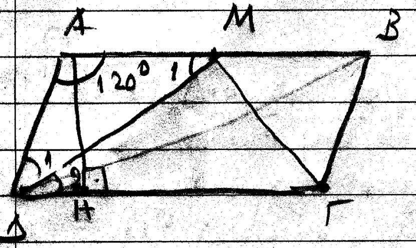
β) $ΔZ \parallel BΓ$ (ενώνει τα μέσα των ΑΒ, ΑΓ στο τρίγωνο ΑΒΓ)

Επομένως $ΔZ \parallel HE$. Επίσης $ZH \parallel AB$ και το ΗΔ τέμνει την ΑΒ. Άρα οι ΗΔ και ΖΕ δεν είναι παράλληλα.

Επομένως το ΔΖΕΗ είναι τραπέζιο γιατί έχει μόνο δύο πλευρές του παράλληλες. Επειδή είναι και $ΔH = ZE$ το τραπέζιο είναι ισοσκελές.

γ) $ZH \parallel= \frac{AB}{2} \Rightarrow ZE \parallel= AΔ$ άρα το ΑΔΕΖ παραλληλόγραμμο και επομένως οι διαγώνιοί του θα διχοτομούνται και έτσι το ΑΕ θα διέρχεται από το μέσο του ΔΖ.

ΘΕΜΑ 4ο



α) $\hat{M}_1 = \hat{\Delta}_2$ (εντός εναλλάξ) $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2$ (ΔΜ διχ) $\}$ ⇒

$\hat{\Delta}_1 = \hat{M}_1 \Rightarrow \overset{\triangle}{AM\Delta}$ ισοσκελές.

β) $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

$A\Delta = AM = MB$
$A\Delta = B\Gamma$ (απέναντι πλ. παραλ/μου) $\}$ ⇒

$MB = A\Delta$ και επειδή $\hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \overset{\triangle}{MB\Gamma}$ ισόπλευρο

(ισοσκελές με γωνία 60°)

γ) Στο ορθ. τρίγωνο $AH\Delta$ ($\hat{H} = 90^\circ$)

$\hat{\Delta} = 180^\circ - \hat{A} = 180 - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \Delta\hat{A}H = 30^\circ \Rightarrow$

$\Delta H = \dfrac{A\Delta}{2} = \dfrac{AM}{2}$ $(A\Delta = AM)$

ΚΑΛΟ ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ