

ΤΑΞΗ Β'
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΗΝ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης (Α) με τα ίσα τους στη στήλη (Β) ώστε να ισχύουν οι ταυτότητες.

Στήλη Α	Στήλη Β																																			
A. $\eta\mu^2\omega$	1. $\frac{1}{1+\epsilon\phi^2\omega}$	Α	<p style="text-align: center;">Na λάβετε υπόψη σας ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $A+B+\Gamma=180^\circ$</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 25%;">Στήλη Α</th> <th style="width: 25%;">Στήλη Β</th> <th style="width: 10%;"></th> <th style="width: 40%;"></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A. $\eta\mu(B+\Gamma)$</td> <td>1. $-\epsilon\phi\Gamma$</td> <td style="text-align: center;">Α</td> <td rowspan="6" style="vertical-align: top;"> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr><td style="text-align: center;">Α</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Β</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Γ</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Δ</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Ε</td><td style="width: 20px;"></td></tr> </tbody> </table> </td> </tr> <tr> <td>B. $\epsilon\phi\omega$</td> <td>2. $1-\sigma\upsilon\nu^2\omega$</td> <td style="text-align: center;">Β</td> </tr> <tr> <td>Γ. $\sigma\phi\omega$</td> <td>3. $\frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$</td> <td style="text-align: center;">Γ</td> </tr> <tr> <td>Δ. $\sigma\upsilon\nu^2\omega$</td> <td>4. $\frac{1}{\sigma\phi\omega}$</td> <td style="text-align: center;">Δ</td> </tr> <tr> <td>Ε. $1+\epsilon\phi^2\omega$</td> <td>5. $\frac{1}{\eta\mu^2\omega}$</td> <td style="text-align: center;">Ε</td> </tr> <tr> <td></td> <td>6. $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\omega}$</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Στήλη Α	Στήλη Β			A. $\eta\mu(B+\Gamma)$	1. $-\epsilon\phi\Gamma$	Α	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr><td style="text-align: center;">Α</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Β</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Γ</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Δ</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Ε</td><td style="width: 20px;"></td></tr> </tbody> </table>	Α		Β		Γ		Δ		Ε		B. $\epsilon\phi\omega$	2. $1-\sigma\upsilon\nu^2\omega$	Β	Γ. $\sigma\phi\omega$	3. $\frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$	Γ	Δ. $\sigma\upsilon\nu^2\omega$	4. $\frac{1}{\sigma\phi\omega}$	Δ	Ε. $1+\epsilon\phi^2\omega$	5. $\frac{1}{\eta\mu^2\omega}$	Ε		6. $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\omega}$	
Στήλη Α	Στήλη Β																																			
A. $\eta\mu(B+\Gamma)$	1. $-\epsilon\phi\Gamma$	Α		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr><td style="text-align: center;">Α</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Β</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Γ</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Δ</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Ε</td><td style="width: 20px;"></td></tr> </tbody> </table>	Α		Β		Γ			Δ		Ε																						
Α																																				
Β																																				
Γ																																				
Δ																																				
Ε																																				
B. $\epsilon\phi\omega$	2. $1-\sigma\upsilon\nu^2\omega$	Β																																		
Γ. $\sigma\phi\omega$	3. $\frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$	Γ																																		
Δ. $\sigma\upsilon\nu^2\omega$	4. $\frac{1}{\sigma\phi\omega}$	Δ																																		
Ε. $1+\epsilon\phi^2\omega$	5. $\frac{1}{\eta\mu^2\omega}$	Ε																																		
	6. $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\omega}$																																			
B. $\epsilon\phi\omega$	2. $1-\sigma\upsilon\nu^2\omega$	Β																																		
Γ. $\sigma\phi\omega$	3. $\frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$	Γ																																		
Δ. $\sigma\upsilon\nu^2\omega$	4. $\frac{1}{\sigma\phi\omega}$	Δ																																		
Ε. $1+\epsilon\phi^2\omega$	5. $\frac{1}{\eta\mu^2\omega}$	Ε																																		
	6. $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\omega}$																																			

2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ).

- i. Αν $0 < x < \frac{\pi}{2}$ τότε $\eta\mu x = \sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2 x}$
- ii. Αν $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ τότε $\sigma\upsilon\nu x = \sqrt{1 - \eta\mu^2 x}$
- iii. $\eta\mu 4 = -\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2 4}$
- iv. $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = 1$
- v. $3\eta\mu^2 2 - \epsilon\phi 3 \cdot \sigma\phi 3 + 3\sigma\upsilon\nu^2 2 = 2$
- vi. $\epsilon\phi 1 + \sigma\phi 1 > 2$
- vii. $\epsilon\phi 2 + \sigma\phi 2 < -2$
- viii. Αν $\eta\mu x = 3\sigma\upsilon\nu x$ τότε $\epsilon\phi x = 3$
- ix. Αν $2\eta\mu x + 5\sigma\upsilon\nu x = 0 \Leftrightarrow \sigma\phi x = -\frac{2}{5}$

i.	ii.	iii.	iv.	v.	vi.	vii.	viii.	ix.

3. Στη στήλη Α δίνονται οι συνθήκες που ισχύουν για μια γωνία θ και στη στήλη Β το τεταρτημόριο της τελικής της πλευράς. Να κάνετε την αντιστοίχιση των στοιχείων της στήλης Α με τα στοιχεία της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
A. $\eta\mu\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$	1. 1° τεταρτημόριο
B. $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$ και $\epsilon\phi\theta < 0$	2. 2° τεταρτημόριο
Γ. $\eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta > 0$ και $\epsilon\phi\theta \cdot \eta\mu\theta < 0$	3. 3° τεταρτημόριο
	4. 4° τεταρτημόριο

Α	
Β	
Γ	

4. Για τη γωνία θ ισχύουν τα εξής:

$$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi \text{ και } 5\eta\mu^2\theta - 13\eta\mu\theta + 6 = 0$$

α. Να αποδείξετε ότι $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$.

β. Να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .

γ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = (\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta)^2 (\epsilon\phi\theta + \sigma\phi\theta)$

5. Για τις τιμές της γωνίας ω για τις οποίες ορίζονται οι παρακάτω παραστάσεις, να αποδείξετε ότι:

α. $\eta\mu^4\omega - \sigma\upsilon\nu^4\omega = 1 - 2\sigma\upsilon\nu^2\omega$

β. $\sigma\phi^2\omega - \sigma\upsilon\nu^2\omega = \sigma\phi^2\omega \cdot \sigma\upsilon\nu^2\omega$

γ. $\left(\frac{1 - \epsilon\phi\omega}{1 + \sigma\phi\omega}\right)^{2009} = \frac{1 - \epsilon\phi^{2009}\omega}{1 + \sigma\phi^{2009}\omega}$

δ. $\frac{\eta\mu\omega}{1 - \sigma\phi\omega} + \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{1 - \epsilon\phi\omega} = \eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega$

ε. $\frac{1}{1 + \epsilon\phi^2\omega} + \frac{1}{1 + \sigma\phi^2\omega} = 1$

στ. $(\epsilon\phi 1^0 - \sigma\phi 1^0) + (\epsilon\phi 2^0 - \sigma\phi 2^0) + \dots + (\epsilon\phi 89^0 - \sigma\phi 89^0) = 0$

ζ. $\sigma\upsilon\nu^2\omega + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\omega} \geq 2$

η. $\epsilon\phi^2\omega + \sigma\phi^2\omega \geq 2$

6. Δίνεται η δευτεροβάθμια ως προς x εξίσωση

$$x^2 - 2\eta\mu\omega \cdot x - \sigma\upsilon\nu^2\omega = 0 \quad (1)$$

όπου ω είναι μια γωνία ανεξάρτητη από το x .

α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο λύσεις άνισες.

β. Να εκφράσετε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της (1) ως συνάρτηση του ω .

γ. Αν μία ρίζα της εξίσωσης (1) είναι το $\frac{1}{2}$ να υπολογίσετε την τιμή του $\eta\mu\omega$.
