

**ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΕΠΙΧΡΗΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

A. Να αποδείξετε ότι:  $\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$  και  $\sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα από το γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1.  $\epsilon\varphi 2\alpha = \frac{2\epsilon\varphi\alpha}{1 - \epsilon\varphi^2\alpha}$

2. Για το μηδενικό πολυώνυμο δεν ορίζεται βαθμός.

3. Αν  $a > 0$  με  $a \neq 1$  και  $\theta_1, \theta_2 > 0$  τότε:  $\log_a \frac{\theta_1}{\theta_2} = \log_a \theta_2 - \log_a \theta_1$

4. Κάθε συνάρτηση της μορφής  $f(x) = a^x$ , με  $0 < a < 1$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$ . Δηλαδή για κάθε  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  ισχύει:

$$\text{αν } x_1 < x_2, \text{ τότε } a^{x_2} < a^{x_1}.$$

5. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το γινόμενο των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

A. Ο 6<sup>ος</sup> όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι 12 και ο 10<sup>ος</sup> όρος είναι 16.

α) Να βρείτε τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου.

β) Πόσους πρώτους όρους πρέπει να πάρουμε από την παραπάνω πρόοδο για να έχουν άθροισμα 5650;

γ) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4 + \dots + \alpha_{49} - \alpha_{50}$$

B. Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x) = \alpha_v x^v + \alpha_{v-1} x^{v-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$$

με ακέραιους συντελεστές και για το οποίο ισχύει ότι  $P(0)=13$  και  $P(1)=2008$ .

α) Να βρείτε τον σταθερό όρο του πολυωνύμου καθώς και το άθροισμα των συντελεστών του.

β) Να λυθεί η εξίσωση:  $(2\sigma\upsilon\nu x - 1) \cdot P(2) \cdot P(3) \dots P(12) = 0$

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

α) Για κάθε  $y, z > 0$  να δείξετε ότι  $y^{\log z} = z^{\log y}$ .

β) Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} y^{\log z} + z^{\log y} = 20 \\ \log \sqrt{yz} = 1 \end{cases}$$

γ) Να βρεθεί η τιμή του θετικού πραγματικού αριθμού  $\kappa$ , αν η εξίσωση

$$\log(\log(x^2 + x \log \kappa + 110)) = 0$$

έχει ρίζα το 10.

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Α. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \ln(3e^{x+1} - e^{2x+1})$$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

β) Να βρείτε για ποιες τιμές  $x$  ισχύει ότι:  $2^{-1}f(x) = \ln\sqrt{2e}$ .

γ) Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί

$$e^{\ln 2}, f(0), \ln 4$$

με τη σειρά που δίνονται, αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

Β. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\log_{\varepsilon\varphi} 1^0 + \log_{\varepsilon\varphi} 2^0 + \dots + \log_{\varepsilon\varphi} 89^0$$

Γ. Να λυθεί η εξίσωση:  $5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^6 \dots 5^{2x} = (0,04)^{-28}$

Δ. Να λυθεί η εξίσωση:  $(\varepsilon\varphi x + 1) + (\varepsilon\varphi x + 5) + (\varepsilon\varphi x + 9) + \dots + (\varepsilon\varphi x + 45) = 288$

---

2 ΛΥΚΕΙΟ ΥΜΗΤΤΟΥ