

ΤΑΞΗ Β΄
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΕ ΟΛΗ ΤΗΝ ΥΛΗ
ΜΑΙΟΣ-ΙΟΥΝΙΟΣ 2010
ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^ο :

A. Αν α, β είναι γωνίες τέτοιες ώστε: $\sin(\alpha + \beta) \neq 0$, $\sin \alpha \neq 0$ και $\sin \beta \neq 0$ να αποδείξετε ότι

$$\boxed{\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}}$$

(15 μονάδες)

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος.

1. Για οποιαδήποτε γωνία α ισχύει: $\eta\mu 2\alpha = 1 - 2\sigma\upsilon\nu^2 \alpha$.

2. Η συνάρτηση $f(x) = a^x$, με $a > 1$ είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} , δηλαδή για κάθε $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ισχύει:

$$\text{αν } x_1 < x_2 \text{ τότε } a^{x_1} < a^{x_2}.$$

3. Το άθροισμα S_n των n πρώτων όρων αριθμητικής προόδου (a_n) με διαφορά ω είναι ίσο με

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)\omega]$$

4. Το υπόλοιπο v της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$. Είναι δηλαδή

$$v = P(\rho)$$

5. Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιουδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει:

$$\log_a (\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2.$$

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο :

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \log x + \log(2x + 1)$$

και η παράσταση

$$A = \frac{\log 18 - \log 3}{1 + \log 3,6}$$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

(Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι: $A = \frac{1}{2}$

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του x που ανήκουν στο πεδίο ορισμού της f ισχύει:

$$f(x) = 2A - 1$$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 3^ο :

Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_n) με πρώτο όρο $\alpha_1 = 9$ και διαφορά $\omega=4$.

α) Να βρείτε ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με 125.

(Μονάδες 7)

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα S_{30} των τριάντα πρώτων όρων της προόδου.

(Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\Pi = \alpha_1^2 - \alpha_2^2 + \alpha_3^2 - \alpha_4^2 + \dots + \alpha_{29}^2 - \alpha_{30}^2$$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4^ο :

Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$$

α) Να αποδείξετε ότι ο μοναδικός πρωτοβάθμιος παράγοντας του $P(x)$ είναι το $x-2$.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι:

$$\sin^3\theta \cdot \eta\mu\theta + \eta\mu^3\theta \cdot \sigma\upsilon\upsilon\theta = \frac{1}{2}\eta\mu 2\theta, \text{ για κάθε } \theta \in \mathbb{R}.$$

(Μονάδες 8)

γ) Αν το

$$x - 8(\sin^3\theta \cdot \eta\mu\theta + \eta\mu^3\theta \cdot \sigma\upsilon\upsilon\theta)$$

είναι παράγοντας του $P(x)$, να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού θ .

(Μονάδες 9)