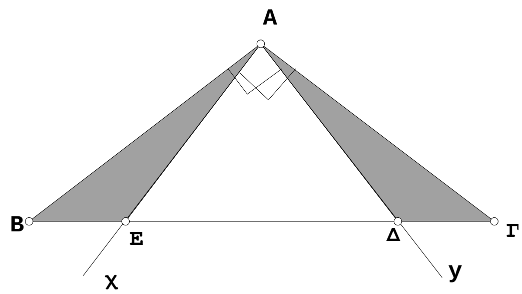
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο **ΑΒΓ** με **ΑΒ=ΑΓ** και $\widehat{A} > 90^0$. Από την κορυφή **Α** φέρνουμε τις ημιευθείες **Αx** κάθετη στην πλευρά **ΑΒ** και **Βy** κάθετη στην πλευρά **ΑΓ** που τέμνουν την **ΒΓ** στα σημεία **Δ** και **Ε** αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο **ΕΑΔ** είναι ισοσκελές.

β) Τα τρίγωνα **ΑΒΕ** και **ΑΔΓ** είναι ίσα.

γ) $B\widehat{A}E = \dfrac{\widehat{A} - 2\widehat{B}}{2}$

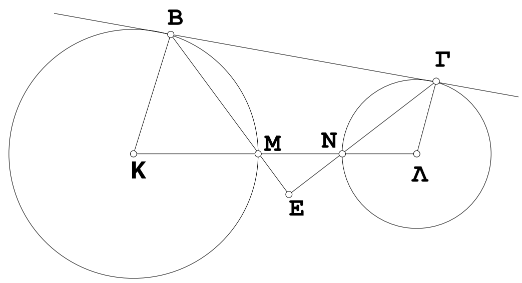


---

2. Δίνονται οι κύκλοι **(Κ, R)** και **(Λ, ρ)** που δεν έχουν κοινά σημεία. Η διάκεντρος **ΚΛ** τέμνει τους κύκλους στα σημεία **Μ** και **Ν** αντίστοιχα. Αν **ΒΓ** είναι κοινό εφαπτόμενο τμήμα των δύο κύκλων, να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο **ΚΒΓΛ** είναι τραπέζιο.

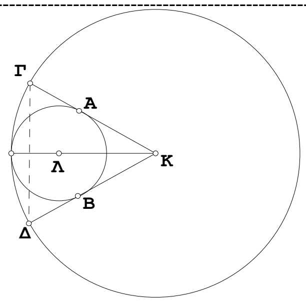
β) **ΒΜ** $\perp$ **ΓΝ**



---

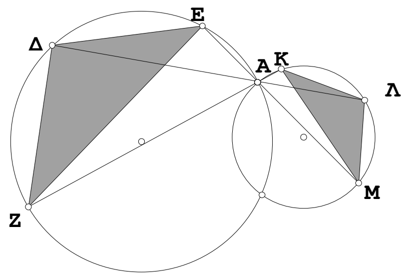
3. Δύο κύκλοι **(Κ,R)** και **(Λ,R/3)** εφάπτονται εσωτερικά. Από το **Κ** φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα **ΚΑ** και **ΚΒ** του κύκλου **(Λ,R/3)**.

α) Να υπολογίσετε σε μοίρες τη γωνία $\Gamma\widehat{K}\Delta$.
β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο **ΓΚΔ** είναι ισόπλευρο.
γ) Να αποδείξετε ότι **ΑΓ=ΒΔ**.



---

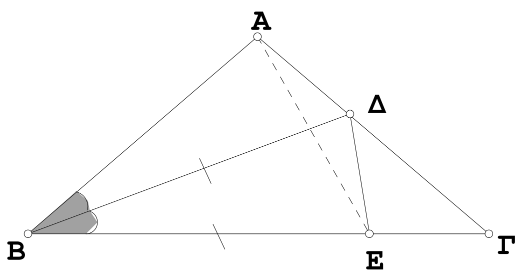
4. Από το σημείο τομής **Α** δύο κύκλων φέρνουμε τρεις ευθείες που τέμνουν τον ένα κύκλο στα σημεία **Δ, Ε** και **Ζ** και τον άλλο κύκλο στα σημεία **Κ, Λ** και **Μ**. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα **ΔΕΖ** και **ΚΛΜ** είναι ισογώνια.



---

5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο **ΑΒΓ** με $\widehat{B} = \widehat{\Gamma} = 40^0$ και **ΒΔ** η διχοτόμος του. Στην πλευρά **ΒΓ** παίρνουμε σημείο **Ε** τέτοιο ώστε να είναι **ΒΔ = ΒΕ**. Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο **ΔΕΓ** είναι ισοσκελές.
β) Το τετράπλευρο **ΑΔΕΒ** είναι εγγράψιμο.
γ) Το τρίγωνο **ΑΔΕ** είναι ισοσκελές.
δ) **ΑΔ+ΒΔ =ΒΓ**

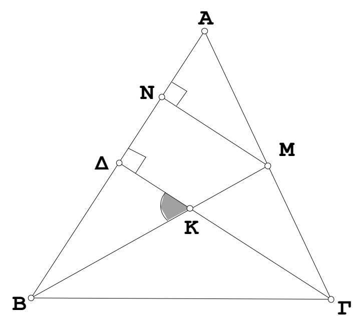


---

6. Δίνεται τρίγωνο **ΑΒΓ**. Αν η διάμεσός του **ΒΜ** και το ύψος του **ΓΔ** είναι ίσα και **Ν** η προβολή του σημείου **Μ** στην πλευρά **ΑΒ**, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι **ΜΝ=//** $\dfrac{\Gamma\Delta}{2}$

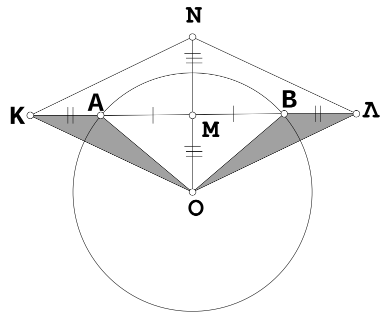
β) Να υπολογίσετε σε μοίρες το μέτρο της οξείας γωνίας που σχηματίζουν η διάμεσος **ΒΜ** και το ύψος **ΓΔ** του τριγώνου **ΑΒΓ**.



---

7. Δίνεται κύκλος κέντρου **Ο** και μία χορδή **ΑΒ** αυτού. Προεκτείνουμε την **ΑΒ** και προς τα δύο της άκρα και στις προεκτάσεις παίρνουμε σημείο **Κ** προς το μέρος του **Α** και σημείο **Λ** προς το μέρος του **Β** έτσι ώστε να ισχύει **ΑΚ=ΒΛ.** Φέρουμε τη διάμεσο **ΟΜ** του τριγώνου **ΟΑΒ** και την προεκτείνουμε κατά **ΜΝ=ΟΜ.** Να δείξετε ότι:

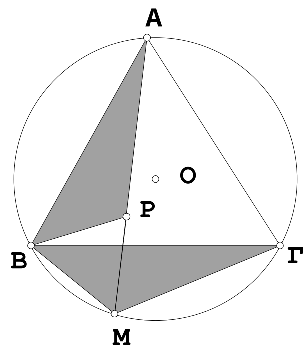
i. Τα τρίγωνα **ΚΑΟ** και **ΛΒΟ** είναι ίσα.
ii. Η **ΝΟ** είναι η μεσοκάθετος του **ΚΛ.**
iii. Το τετράπλευρο **ΚΟΛΝ** είναι ρόμβος.



8. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο **ΑΒΓ** είναι ισόπλευρο και εγγεγραμμένο στον κύκλο (O,R) και είναι **ΑΡ=ΜΓ.** Να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα **ΑΒΡ** και **ΒΜΓ** είναι ίσα.
ii. Το τρίγωνο **ΒΜΡ** είναι ισόπλευρο.

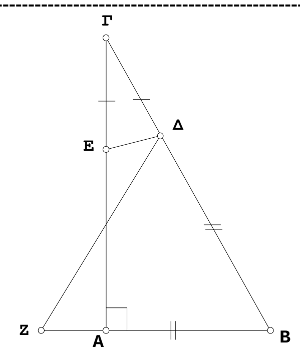
ii. $\boxed{\mathrm{MA}=\mathrm{MB}+\mathrm{M\Gamma}}$



9. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $\mathrm{AB\Gamma}$ είναι ορθογώνιο $(\widehat{\mathrm{A}}=90^0)$,
$\Gamma\mathrm{E}=\Gamma\Delta$ και $\mathrm{B}\Delta=\mathrm{BZ}$. Να αποδείξετε ότι:

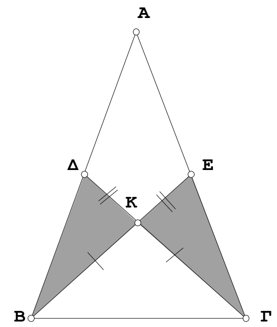
α) $\Gamma\widehat{\Delta}\mathrm{E}=90^0-\dfrac{\widehat{\Gamma}}{2}$

β) $\mathrm{E}\widehat{\Delta}\mathrm{Z}=45^0$



10. Δίνεται τρίγωνο $\mathrm{AB\Gamma}$, ένα σημείο Δ στην πλευρά του AB και ένα σημείο E στην πλευρά του $\mathrm{A\Gamma}$. Τα τμήματα BE και $\Gamma\Delta$ τέμνονται στο K. Αν $\mathrm{BK}=\mathrm{K\Gamma}$ και $\mathrm{K}\Delta=\mathrm{KE}$ να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $\mathrm{BK}\Delta$ και $\mathrm{KE\Gamma}$ είναι ίσα.
β) Το τρίγωνο $\mathrm{AB\Gamma}$ είναι ισοσκελές.
γ) $\mathrm{AK}\perp\mathrm{B\Gamma}$



11. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο **ΑΒΓ** με **ΑΒ=ΑΓ** και το μέσο **Δ** της πλευράς **ΒΓ**. Φέρουμε **ΔΕ**$\perp$**ΑΓ** και έστω **Η, Ζ** τα μέσα των **ΔΕ** και **ΕΓ** αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α. **ΗΖ//ΒΓ** και **ΗΖ**$\perp$**ΑΔ.**

β. **ΑΗ**$\perp$**ΔΖ.**

γ. **ΑΗ**$\perp$**ΒΕ.**