

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ
ΦΥΛΛΑΔΙΟ 2^ο

1. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\alpha=7$, $\beta=5$ και $\gamma=3$.
 i) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.
 ii) Την προβολή της AB στην $B\Gamma$.
 iii) Να δείξετε ότι $\hat{B} + \hat{\Gamma} = 60^\circ$

2. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με μήκη πλευρών $a=x^2+x+1$, $\beta=x^2-1$ και $\gamma=2x+1$ με $x>1$.
 α) Να δείξετε ότι $a>\beta$ και $a>\gamma$.
 β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.
 γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας \hat{A} .

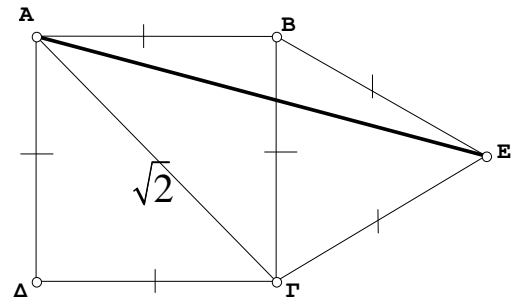
3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές α, β, γ για τις οποίες ισχύει:

$$\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta}$$

- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι αβλυγώνιο και
 β) να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\Gamma}$.

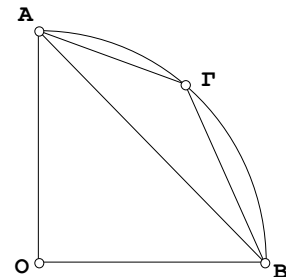
Παρατήρηση: Το β) ερώτημα να το λύσετε με δύο τρόπους.

4. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο με $AG = \sqrt{2}$ και το $B\Gamma E$ είναι ισόπλευρο τρίγωνο. Να υπολογίσετε το μήκος του AE .



5. Στο διπλανό σχήμα έχουμε ένα τεταρτοκύκλιο \widehat{AB} ενός κύκλου με κέντρο O και ένα σημείο του Γ . Να δείξετε ότι:

$$AB^2 = AG^2 + BG^2 + AG \cdot BG \sqrt{2}$$



6. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 60^\circ$ και $\beta + \gamma = 1$. Να δείξετε ότι $\beta^3 + \gamma^3 = \alpha^2$.

7. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ που έχει $\hat{A} = 135^\circ$ και $\hat{B} = 15^\circ$. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha = (1 + \sqrt{3})\beta$$

8. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ του οποίου οι πλευρές γ, β και α είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 4, 5 και 6 αντίστοιχα.

- α) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.
 β) Αν $\Delta\Delta$ είναι η προβολή της πλευράς γ πάνω στη β , να αποδείξετε ότι:

$$\Delta\Delta = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{30}$$