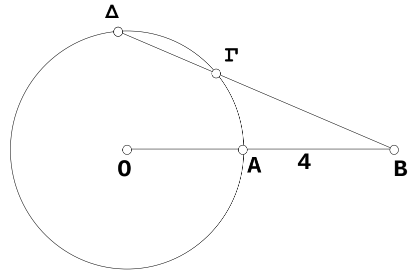
<u>ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ</u>
<u>ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΚΥΚΛΟ</u>

1. Στο διπλανό σχήμα έχουμε τον κύκλο (O,R) με $R=3$. Αν $\text{ΒΓ}=2\text{ΓΔ}$ και $\text{ΑΒ}=4$, να βρείτε το μήκος της χορδής ΓΔ.

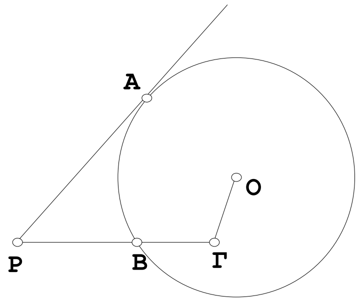
(Απ: $\frac{2\sqrt{15}}{3}$)



---

2. Στο διπλανό σχήμα έχουμε τον κύκλο (O,R) με $R=4$. Αν ΡΑ εφαπτομένη με $\text{ΡΑ}=2\sqrt{6}$, $\text{ΡΒ}=3$, $\text{ΒΓ}=2$, να υπολογίσετε το ΟΓ.

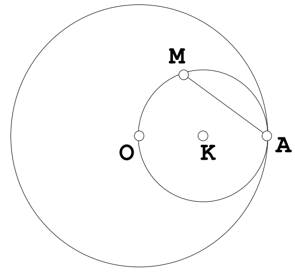
(Απ: $\sqrt{10}$)



---

3. Στο διπλανό σχήμα έχουμε τους κύκλους (O,R) και $\left(\text{Κ},\frac{R}{2}\right)$. Αν $\Delta^{\text{Μ}}_{(\text{Ο},R)}=-9$, να υπολογίσετε το μήκος του ΜΑ.

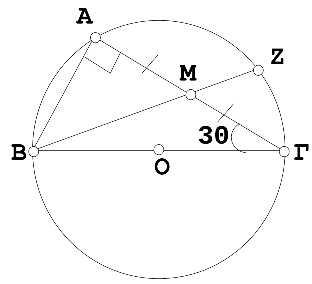
(Απ:3)



---

4. Στο διπλανό σχήμα έχουμε το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{\Gamma}=30^0$, εγγεγραμμένο σε κύκλο με ακτίνα $R=2$. Αν Μ το μέσο της ΑΓ να αποδείξετε ότι:

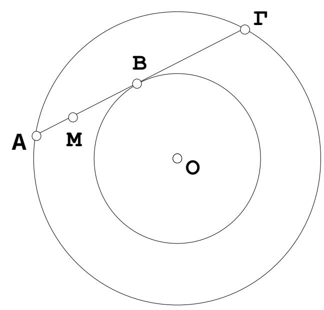
i) $\boxed{\text{ΒΜ}=\sqrt{7}}$ **ii)** $\boxed{\text{ΜΖ}=\frac{3}{7}\text{ΜΒ}}$



---

5. Δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι **(Ο,R)** και **(Ο,ρ)** **(ρ<R)**. Από σημείο **Μ** που βρίσκεται εκτός του **(Ο,ρ)** και εντός του **(Ο,R)** φέρνουμε χορδή **ΑΓ** του κύκλου **(Ο,R)** που να εφάπτεται του κύκλου **(Ο,ρ)** στο σημείο **Β.** Να αποδείξετε ότι:

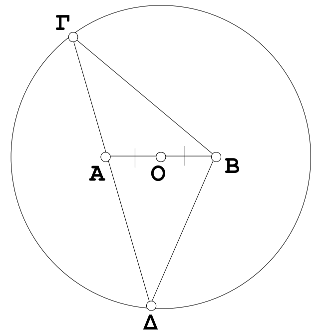
$$\boxed{\text{ΜΑ}\cdot\text{ΜΓ}+\text{ΜΒ}^2=\text{R}^2-\rho^2}$$



---

6. Δίνεται κύκλος (O,R), **Ο** το μέσον του **ΑΒ** και **ΓΔ** χορδή που διέρχεται από το **Α.** Να δείξετε ότι:

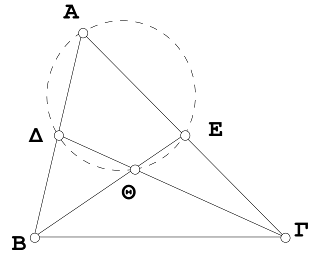
$$\boxed{\text{ΒΓ}^2+\text{ΒΔ}^2+\text{ΓΔ}^2=6\text{R}^2+2\text{ΟΑ}^2}$$



---

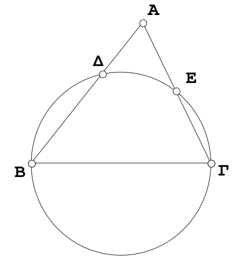
7. Δίνεται τρίγωνο **ΑΒΓ**, **Θ** το βαρύκεντρό του και **Δ,Ε** τα μέσα των πλευρών του **ΑΒ, ΑΓ** αντίστοιχα. Αν το **ΑΔΘΕ** είναι εγγράψιμο, να δείξετε ότι:

$$\boxed{\beta^2+\gamma^2=2\alpha^2}$$



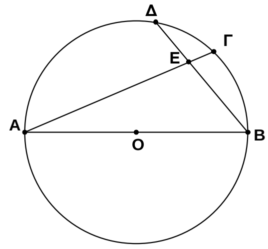
8. Δίνεται τρίγωνο **ΑΒΓ** και το ημικύκλιο με διάμετρο την πλευρά **ΒΓ** που τέμνει τις **ΑΒ** και **ΑΓ** στα **Δ** και **Ε**. Να δείξετε ότι:

$$\boxed{\mathrm{AB}\cdot\mathrm{B\Delta}+\mathrm{A\Gamma}\cdot\mathrm{\Gamma E}=\mathrm{B\Gamma}^2}$$



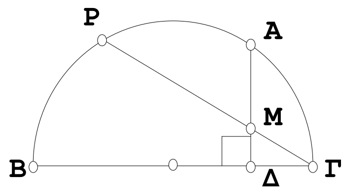
9. Δίνεται κύκλος κέντρου Ο και ΑΒ μια διάμετρός του. Αν ΑΓ και ΒΔ δύο χορδές που τέμνονται στο Ε, να αποδείξετε ότι:

$$\boxed{\mathrm{AE}\cdot\mathrm{A\Gamma}+\mathrm{BE}\cdot\mathrm{B\Delta}=\mathrm{AB}^2}$$



10. Στο διπλανό σχήμα η **ΑΔ** είναι κάθετη στη διάμετρο **ΒΓ** του ημικυκλίου (O,R). Να αποδείξετε ότι:

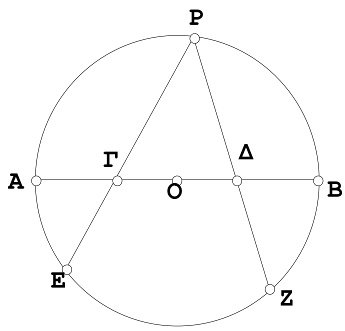
i) $\boxed{\mathrm{\Gamma M}\cdot\mathrm{\Gamma P}=\mathrm{\Gamma\Delta}\cdot\mathrm{\Gamma B}}$ **ii)** $\boxed{\mathrm{A\Gamma}^2=\mathrm{\Gamma M}\cdot\mathrm{\Gamma P}}$



11. Στο διπλανό σχήμα είναι $\mathrm{O\Gamma}=\mathrm{O\Delta}=\dfrac{R}{3}$. Να αποδείξετε ότι:

$\boxed{\text{i) } \Delta^{\Gamma}_{(O,R)}=\Delta^{\Delta}_{(O,R)}=-\dfrac{8}{9}R^2}$ $\boxed{\text{ii) } \mathrm{\Gamma P}\cdot\mathrm{\Gamma E}=\mathrm{\Delta P}\cdot\mathrm{\Delta Z}=\dfrac{8}{9}R^2}$

$\boxed{\text{iii) } \mathrm{P\Gamma}^2+\mathrm{P\Delta}^2=\dfrac{20}{9}R^2}$ $\boxed{\text{vi) } \dfrac{\mathrm{\Gamma P}}{\mathrm{\Gamma E}}+\dfrac{\mathrm{\Delta P}}{\mathrm{\Delta Z}}=\dfrac{5}{2}}$



12. Δίνεται κύκλος (O,R), μια διάμετρος **ΑΒ**, τα μέσα **Γ,Δ** των **ΟΑ,ΟΒ** αντίστοιχα και **ΕΗ** μια χορδή που διέρχεται από το **Γ**. Να δείξετε ότι:

$\boxed{\text{i) } \mathrm{E\Gamma}^2+\mathrm{\Gamma H}^2+\mathrm{H\Delta}^2+\mathrm{\Delta E}^2=5R^2}$

$\boxed{\text{ii) } \mathrm{EH}^2+\mathrm{\Delta E}^2+\mathrm{\Delta H}^2=\dfrac{13}{2}R^2}$

iii) Αν επιπλέον είναι $\mathrm{EH}=\dfrac{\sqrt{13}}{2}R$, τότε:

$$\boxed{\widehat{\mathrm{E\Delta H}}=90^0}$$