ΤΑΞΗ Β΄

ΥΛΗ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΧΕΙΡΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α΄ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

Α: ΘΕΩΡΙΑ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9^{o}

9.1. Ορθές προβολές.

9.2. Το Πυθαγόρειο θεώρημα (όλα τα θεωρήματα με τις αποδείξεις τους)

Εφαρμογές 1,2

Ασκήσεις: Ερωτήσεις κατανόησης όλες.
Ασκήσεις Εμπέδωσης: 1,2,3
Αποδεικτικές Ασκήσεις: 1,2,3

9.4 Γενίκευση του Πυθαγορείου θεωρήματος.

Όλα, εκτός από τις αποδείξεις των θεωρημάτων I και II   Εφαρμογές 1

Ασκήσεις: Ερωτήσεις κατανόησης όλες.
Ασκήσεις Εμπέδωσης: 1,3
Αποδεικτικές Ασκήσεις: 1,6
Σύνθετα θέματα: 1

9.5 Τα θεωρήματα των διαμέσων (όλα τα θεωρήματα με τις αποδείξεις τους)

Ασκήσεις: Ερωτήσεις κατανόησης όλες.
Ασκήσεις Εμπέδωσης: 1,2,3,4
Αποδεικτικές Ασκήσεις: 1,5,6
Σύνθετα θέματα: 1

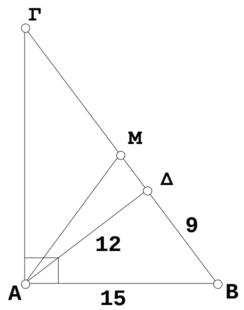
Β: ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Στο διπλανό σχήμα δίνονται το ορθογώνιο τρίγωνο **ΑΒΓ**, **ΑΒ=15**, το μέσον **Μ** της υποτείνουσας **ΒΓ** του τριγώνου και το σημείο **Δ** της **ΒΓ**, για το οποίο ισχύει: **ΑΔ=12, ΒΔ=9**.

α) Να αποδείξετε ότι το **ΑΔ** είναι ύψος του τριγώνου **ΑΒΓ**.

β) Να υπολογίσετε τις πλευρές ΒΓ και ΑΓ του τριγώνου ΑΒΓ.

γ) Να υπολογίσετε την προβολή της διαμέσου ΑΜ στην πλευρά ΒΓ.



2. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\alpha=7$, $\beta=6$ και $\gamma=3$.

i. Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

ii. Να υπολογίσετε την προβολή της πλευράς γ πάνω στη β.

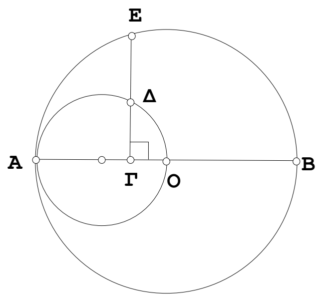
iii. Να υπολογίσετε τη διάμεσό του μ_β.

iv. Να υπολογίσετε την προβολή της διαμέσου μ_β στην πλευρά β.

v. Να υπολογίσετε την προβολή της διαμέσου μ_β στην πλευρά α.

3. Δίνεται κύκλος (O,R) και ΑΒ διάμετρός του. Με διάμετρο την ΟΑ σχηματίζουμε δεύτερο κύκλο. Σε τυχαίο σημείο Γ της ΟΑ φέρνουμε ευθεία κάθετη στην ΑΒ, που τέμνει τον εσωτερικό κύκλο στο Δ και τον εξωτερικό στο Ε. Να αποδείξετε ότι:

$$\boxed{A E^2 = 2 A\Delta^2}$$



4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\alpha^2+\gamma^2=2\beta^2$. Να δείξετε ότι:

i. $\widehat{B}<90^0$ **ii.** $\mu_\beta=\dfrac{\beta\sqrt{3}}{2}$

5. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση:

$$3\left(\mu_\alpha^2+\frac{\alpha^2}{4}\right)=2\beta\gamma+\alpha\cdot\mu_\alpha,$$

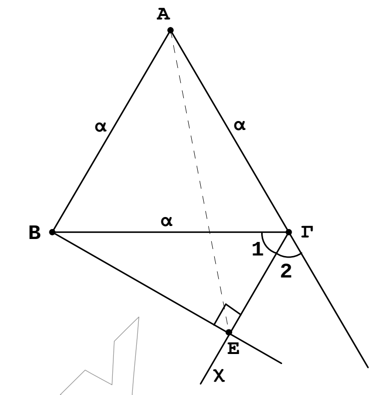
να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

6. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $ΑΒΓ$ πλευράς α και η διχοτόμος $Γx$ της εξωτερικής γωνίας $\hat{Γ}$. Αν $ΒΕ \perp Γx$:

α) να δείξετε ότι: $ΑΕ^2 = ΑΓ^2 + ΓΕ^2 + ΑΓ \cdot ΓΕ$

β) να δείξετε ότι $ΑΕ = \dfrac{\alpha\sqrt{7}}{2}$

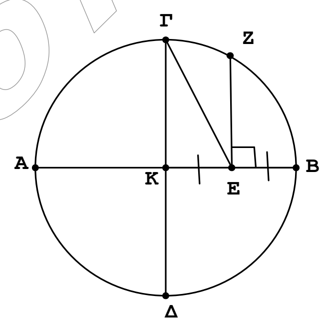
γ) να υπολογίσετε συναρτήσει του α την προβολή του $ΓΕ$ στην $ΑΓ$.



7. Σε κύκλο $(Κ,R)$ φέρνουμε δύο κάθετες διαμέτρους $ΑΒ$ και $ΓΔ$ και από το μέσον $Ε$ της $ΚΒ$ φέρνουμε την $ΕΖ \perp ΑΒ$ που τέμνει τον κύκλο στο $Ζ$.

α) Να υπολογίσετε συναρτήσει του R την $ΕΓ$ και την $ΕΖ$.

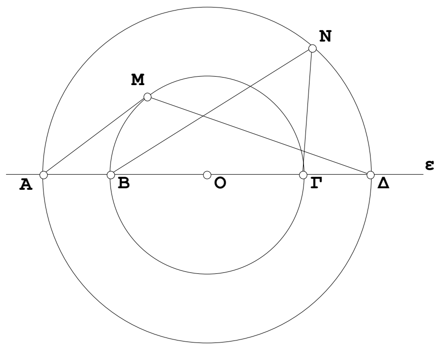
β) Να δείξετε ότι $ΕΓ^2 + ΕΖ^2 = 2R^2$



8. Δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι $(Ο,\rho)$ και $(Ο,R)$ με $\rho<R$ και μια διακεντρική ευθεία **ε** που τέμνει αυτούς κατά σειρά στα σημεία **Α,Β,Γ** και **Δ**. Αν **Μ** είναι σημείο του κύκλου $(Ο,\rho)$ και **Ν** ένα σημείο του κύκλου $(Ο,R)$:

i. να αποδείξετε ότι $ΜΑ^2 + ΜΔ^2 = ΝΒ^2 + ΝΓ^2$

ii. αν $ΜΑ^2 + ΜΔ^2 = 8$ και $ΜΝ = 2$ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ΟΜΝ$ είναι ορθογώνιο.

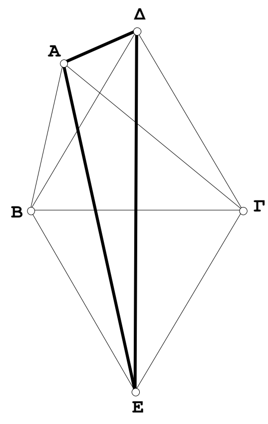


9. Έστω τρίγωνο **ΑΒΓ** και τα ισόπλευρα τρίγωνα **ΔΒΓ, ΕΒΓ**.

i) Να δείξετε ότι:

α) $ΔΕ^2 = 3\alpha^2$ **β)** $ΑΔ^2 + ΑΕ^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$

ii) Αν επιπλέον είναι $\beta^2 + \gamma^2 = 2\alpha^2$ να υπολογίσετε τη γωνία $Δ\hat{Α}Ε$



10. Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $\mu_\beta \perp \mu_\gamma$.

α) Ο λόγος $\dfrac{\mu_\alpha}{\alpha}$ είναι ίσος με: $Α: \dfrac{2}{3}$ $Β: \dfrac{3}{2}$ $Γ: \dfrac{1}{2}$ $Δ: \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ Ε: κανένα από τα προηγούμενα

β) Να αποδείξετε ότι $\beta^2 + \gamma^2 = 5\alpha^2$

γ) Τι συμπεραίνεται για το είδος της γωνίας $\hat{Α}$;