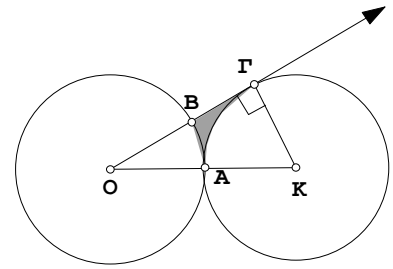


ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΥΚΛΟΥ

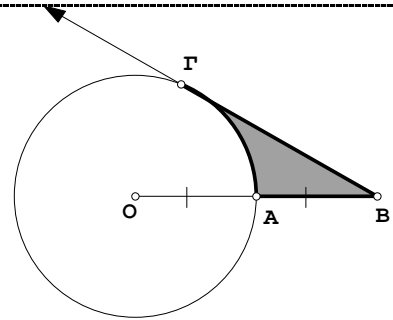
1. Οι κύκλοι (O,R) και (K,R) εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο A . Από το O φέρνουμε το εφαπτόμενο τμήμα AG στον κύκλο (K,R) που τέμνει τον κύκλο (O,R) στο σημείο B . Να βρείτε συναρτήσει του R το εμβαδόν του μικτογράμμου τριγώνου ABG .

ΑΠ: $E = \frac{(2\sqrt{3}-\pi)R^2}{4}$



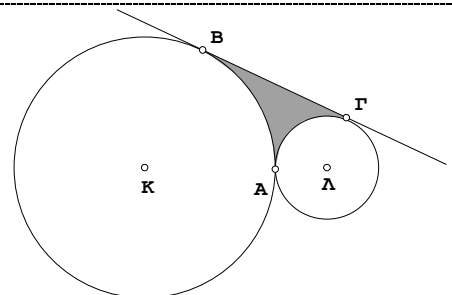
2. Δίνεται κύκλος (O,R) και ακτίνα του OA . Προεκτείνουμε την OA κατά τμήμα $AB=R$. Από το B φέρουμε την εφαπτομένη BG προς τον κύκλο. Να υπολογίσετε συναρτήσει του R :

- i) το μήκος του τόξου \widehat{AG}
- ii) το εμβαδόν του μικτογράμμου τριγώνου BAG .



3. Δύο κύκλοι $(K,3R)$ και (Λ,R) εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο A . Αν BG είναι κοινή εξωτερική εφαπτομένη τους να υπολογίσετε το εμβαδόν του μικτογράμμου τριγώνου ABG .

ΑΠ: $\frac{R^2(24\sqrt{3}-11\pi)}{6}$



4. Δίνεται κανονικό πολύγωνο με πλευρά $AB=10$ και A,B,G,Δ τέσσερις διαδοχικές κορυφές του. Αν ισχύει η σχέση:

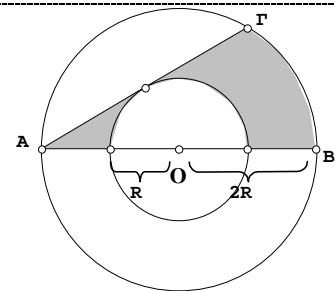
$$AB^2 + AG^2 = A\Delta^2$$

τότε:

- α) Αποδείξτε ότι το πολύγωνο είναι το **κανονικό εξάγωνο**.
- β) Υπολογίστε το εμβαδόν του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου ABG .
- γ) Υπολογίστε το εμβαδόν του τριγώνου $AG\Delta$.
- δ) Υπολογίστε το εμβαδόν του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου $AG\Delta$.

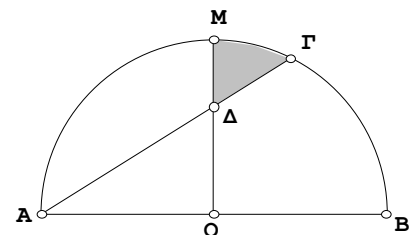
5. Δίνεται κύκλος $(O,2R)$, διάμετρος AB αυτού και δεύτερος κύκλος (O,R) . Φέρουμε μια χορδή AG του πρώτου κύκλου έτσι ώστε να είναι εφαπτομένη στον δεύτερο. Να υπολογίσετε:

- α) το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος AG .
- β) συνολικά το εμβαδόν των δύο χωρίων που είναι εσωτερικά του κύκλου $(O,2R)$, εξωτερικά του (O,R) και εσωτερικά των AB και AG .

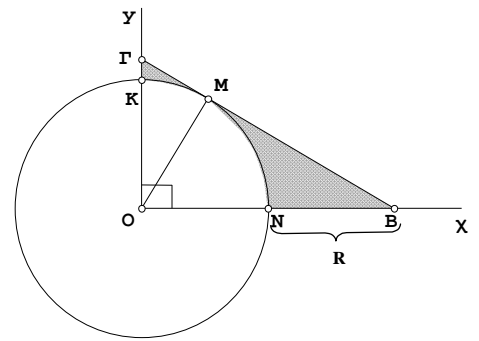


6. Θεωρούμε ημικύκλιο κέντρου O και διαμέτρου $AB=2R$, το μέσο M αυτού και σημείο Γ έτσι ώστε $AG = R\sqrt{3}$. Αν η ακτίνα OM τέμνει την AG στο σημείο Δ , υπολογίστε:

- α) το OD
- β) το εμβαδόν του μικτογράμμου τριγώνου $\Gamma\Delta M$.

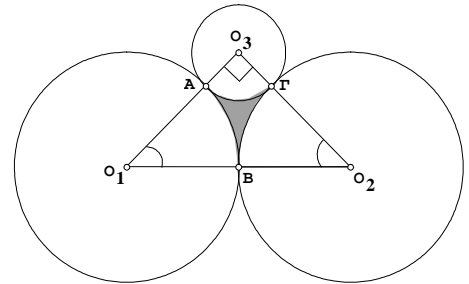


7. Δίνεται ορθή γωνία $\chi O \gamma$ και ο κύκλος (O, R) , ο οποίος τέμνει τις πλευρές $O\chi$, $O\gamma$ της γωνίας στα σημεία N , K αντίστοιχα και το σημείο B της $O\chi$, για το οποίο ισχύει $NB=R$. Αν η εφαπτομένη του κύκλου, που άγεται από το σημείο B , εφάπτεται του κύκλου στο σημείο M και τέμνει την πλευρά $O\gamma$ στο σημείο Γ , τότε:



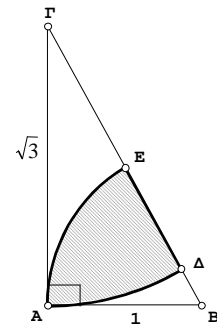
- Να αποδείξετε ότι η γωνία MON είναι η κεντρική γωνία κανονικού εξαγώνου και να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα OMN .
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του τριγώνου $OB\Gamma$.

8. Τρεις κύκλοι (O_1, R_1) , (O_2, R_2) και (O_3, R_3) εφάπτονται ανά δύο εξωτερικά στα σημεία A, B και Γ . Αν $R_1 = R_2 = \sqrt{2}$ και $R_3 = 2 - \sqrt{2}$:



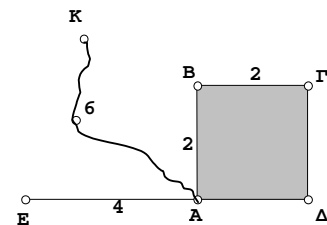
- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $O_1O_2O_3$ είναι ορθογώνιο.
- Να υπολογίσετε την περίμετρο του καμπυλόγραμμου τριγώνου $AB\Gamma$.
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου τριγώνου $AB\Gamma$.

9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) με πλευρές $\gamma=1$ και $\beta=\sqrt{3}$. Με κέντρο το Γ και ακτίνα ΓA γράφουμε τόξο AD , με κέντρο το B και ακτίνα BA γράφουμε τόξο AE . Να υπολογίσετε:



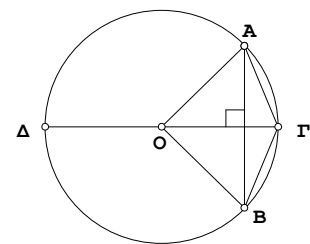
- τις γωνίες B και Γ του τριγώνου $AB\Gamma$.
- τα εμβαδά των κυκλικών τομέων BAE και ΓAD .
- το εμβαδόν του μικτογράμμου τριγώνου AED , δηλαδή του γραμμοσκιασμένου χωρίου.

10. Μια κατσίκα K είναι δεμένη με ένα σχοινί μήκους $6m$ στο σημείο A που είναι η γωνία ενός μικρού τετράγωνου κτίσματος $AB\Gamma A$ με πλευρά $2m$. Το τμήμα $EA=4m$ συμβολίζει έναν φράκτη, πάνω από τον οποίο η κατσίκα δεν μπορεί να περάσει. Το όλο σκηνικό βρίσκεται στο εσωτερικό μιας μεγάλης περιοχής με γρασίδι. Να βρείτε το εμβαδόν της περιοχής που θα βοσκήσει η κατσίκα.



Απάντηση: 16π

11. Έστω χορδή $AB = R\sqrt{2}$ κάθετη στη διάμετρο ΓA κύκλου O και ακτίνας R . Να υπολογίσετε:



- Το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AOB\Gamma$.
- Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα $(OAGB)$
- Το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από το τόξο \widehat{AGB} και τις χορδές AG και GB .

12. Έστω κύκλος διαμέτρου $AB=2R$ και τόξο $\widehat{AM\Gamma} = 135^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου κυκλικού τμήματος $AM\Gamma A$.

