

ΤΑΞΗ Γ΄
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΟΡΙΟ-ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

1. Να υπολογίσετε τα όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$

ii) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)^2}{x^2 - 9}$

iii) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$

iv) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 2x - 15}$

v) $\lim_{t \rightarrow -2} \frac{t^3 + 4t^2 + 4t}{(t+2)(t-3)}$

vi) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{x + 1}$

vii) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{1 - \eta\mu^2 x}$

viii) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\eta\mu x}{x}$

ix) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (2\eta\mu x + 3\sigma\upsilon\nu x)$

x) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - \sqrt{7-x}}$

xi) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-1-\sqrt{x+5}}{x-4}$

xii) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{2\sqrt{x+6} - 3\sqrt{x+1}}$

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2007x}{x}, & \text{άν } x \neq 0 \\ \alpha, & \text{άν } x = 0 \end{cases}$. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της και στη συνέχεια να εξετάσετε για πια τιμή του α είναι συνεχής σε αυτό.

3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + x - 12}{x - 3}$.

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της και στη συνέχεια το $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

ii) Είναι συνεχής η f σε κάθε σημείο του πεδίου ορισμού της;

iii) Να εξετάσετε αν η f είναι συνεχής στο $x_0 = 3$. Αν δεν είναι συνεχής στο $x_0 = 3$, πώς πρέπει να οριστεί η τιμή της στο σημείο αυτό ώστε αυτή να είναι συνεχής; Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση στην περίπτωση αυτή.

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2 - \sqrt{x}}{4 - x}$.

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της και στη συνέχεια το $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

ii) Να εξετάσετε αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$.

i) Να βρείτε τα σημεία της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.

ii) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τον άξονα x' .

iii) Να υπολογίσετε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ και $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{x+2}$

6. Για μια συνάρτηση f ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - 3x + 8) = 10$.

i) Μπορεί να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ κάνοντας χρήση της ιδιότητας του ορίου του αθροίσματος συναρτήσεων; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.