

ΤΑΞΗ Γ΄
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ-ΚΑΝΟΝΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΗΣ

1. Για κάθε μια από τις παρακάτω συναρτήσεις:

- i) να βρείτε το πεδίο ορισμού της και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.
ii) να βρείτε την παράγωγό της, το πεδίο ορισμού της παραγώγου και να κάνετε τη γραφική της παράσταση (της παραγώγου).

α) $f(x) = 3$ β) $f(x) = x$ γ) $f(x) = x^2$ δ) $f(x) = \eta\mu x$

ε) $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ στ) $f(x) = \ln x$ ζ) $f(x) = e^x$ η) $f(x) = \sqrt{x}$

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$. Να βρείτε τις $f(1)$, $f'(1)$ και $f''(0)$.

3. Να βρείτε τις παραγώγους των συναρτήσεων.

$$f(x) = 3x^2 - 27x + 5$$

$$f(x) = 3x^2 - 27x^{2/3} + 5$$

$$f(x) = 3x^2 + \frac{5}{x^5} + \sqrt{x}$$

$$f(x) = 3\sqrt{x} - \sigma\upsilon\nu x + e^x - \ln x$$

$$f(x) = xe^x$$

$$f(x) = 2 + \ln x$$

$$f(x) = 12\eta\mu x + 13\sigma\upsilon\nu x$$

$$f(x) = \frac{x}{x+2}$$

$$f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$$

$$f(x) = (x-2)(x^2+4)$$

$$f(x) = 3\sqrt{x} \cdot \eta\mu x$$

$$f(x) = (x+2)(3x-1) + e^x$$

$$f(x) = \frac{3x^2+2x-1}{2x+1}$$

$$f(x) = \frac{1+3x}{x(1+x)}$$

$$f(x) = \frac{\ln x}{e^{2x}}$$

$$f(x) = \eta\mu^3 x$$

$$f(x) = \eta\mu^3 x$$

$$f(x) = \eta\mu^3 x^3$$

$$f(x) = \sigma\upsilon\nu^3(4x+1)$$

$$f(x) = \sqrt{\ln x}$$

$$f(x) = \ln(\ln x)$$

4. Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 7$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:

α) την $f'(x)$

β) τα σημεία της καμπύλης της συνάρτησης f στα οποία η παράγωγος είναι μηδέν.

5. Αν $f(x) = \frac{1}{4}(x-1)^4$ και $f'(a) = 27$, όπου a πραγματικός αριθμός, να βρείτε την τιμή του a .

6. Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x$.

i) Να δείξετε ότι $f(x) + f''(x) = 0$.

ii) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει

$$\lambda \cdot f'\left(\frac{\pi}{2}\right) - 2f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$$

7. Αν $h(x) = f(g(x))$ και $g(2) = 3$, $g'(2) = 1$ και $f'(3) = 5$, να βρείτε τον αριθμό $h'(2)$.

8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \sqrt{x^2 - 2x}$.

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

ii) Να λύσετε την ανίσωση $f'(x) > 0$.

ΤΑΞΗ Γ'

9. (Εξετάσεις 2004) Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = x^2 - 5x + 6 \text{ και } g(x) = x - 3 \text{ όπου } x \in \mathbb{R}.$$

α) Να βρείτε τα $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$.

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)}$.

γ) Αν $f'(x)$ και $g'(x)$ είναι οι παράγωγοι των συναρτήσεων $f(x)$ και $g(x)$ αντίστοιχα, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$K = 3f'(200) + 81g'(-1)$$

10. (Εξετάσεις 2002) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \lambda x^3 - x$, όπου λ πραγματικός αριθμός,

για την οποία ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$.

i) Να βρείτε την τιμή του λ .

ii) Για την τιμή του λ που βρήκατε να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f .

11. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x + 2006$, $x \in [0, \pi]$

i) Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = (f(x) + 2006x + 1)'$.

ii) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ισχύει ότι:

$$f''(x) \in A \text{ όπου } A = \left\{ -2005, -\frac{5}{4}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{13}}{3} \right\}$$

12. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 e^x$.

α) Να βρείτε τις $f'(x)$ και $f''(x)$.

β) Να προσδιορίσετε τις τιμές των α, β, γ ώστε $\alpha f(x) + \beta f'(x) + \gamma f''(x) = f(x)$.

13. Να αντιστοιχίσετε τις συναρτήσεις της στήλης Α με την παράγωγό τους στην στήλη Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
Α. $\eta\mu x^2$	1. e^{-x}
Β. $\eta\mu^2 x$	2. $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$
Γ. e^{-x}	3. $-e^{-x}$
Δ. $e^{\sqrt{x}}$	4. $\eta\mu 2x$
	5. $2x \sigma\upsilon\nu x^2$

14. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις (Σ) Σωστή ή (Λ) Λάθος.

1. Οι συναρτήσεις f και f' έχουν πάντα το ίδιο πεδίο ορισμού.

2. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο σημείο x_0 , τότε και οι συναρτήσεις $f+g$ και $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμες στο σημείο x_0 .

3. Αν η συνάρτηση $f+g$ είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 , τότε και οι συναρτήσεις f και g είναι πάντα παραγωγίσιμες στο σημείο x_0 .