

**Τάξη Γ'**  
**Μαθηματικά και στοιχεία στατιστικής**  
**Ασκήσεις επανάληψης**  
**Διαφορικός Λογισμός**

**Άσκηση 1<sup>η</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \ln x - \frac{x}{2} + \lambda^2 - 6\lambda + 2, \quad x > 0 \quad \text{όπου } \lambda \in \mathbb{R}$$

- α.** Να μελετηθεί η  $f$  ως προς τη μονοτονία.  
**β.** Να μελετηθεί η  $f$  ως προς τα ακρότατα.  
**γ.** Θεωρούμε το σύνολο  $A = \{f(2), f(4), f(8), f(3), f(5)\}$  και έστω  $M$  το μεγαλύτερο και  $m$  το μικρότερο από τα στοιχεία του:

**i.** Να αποδείξετε ότι:  $M - m = 3 + \ln \frac{1}{4}$ .

**ii.** Αν

$$g(x) = (M - m + f(4))x^2 + 2x + 2009$$

να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$ , η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $g$  στο σημείο  $\left(\frac{1}{2}, g\left(\frac{1}{2}\right)\right)$  σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  αμβλεία γωνία.

---

**Άσκηση 2<sup>η</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = v^3 x + \frac{4}{x^2}, \quad x \in (0, 1), \quad \text{όπου } v \text{ ακέραιος αριθμός με } v > 2.$$

- α.** Να μελετηθεί η  $f$  ως προς τη μονοτονία.  
**β.** Να μελετηθεί η  $f$  ως προς τα ακρότατα και να δειχθεί ότι  $f(x) \geq 3v^2$  για κάθε  $x \in (0, 1)$ .  
**γ.** Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$g(x) = x^2 - \frac{2(v+15)}{2v+15}x + 2009, \quad \text{όπου } v \text{ ακέραιος αριθμός με } v > 2.$$

Αν  $\lambda$  είναι ο ρυθμός μεταβολής της  $g(x)$  ως προς  $x$  για  $x = 1$  και για τον οποίο ισχύει

$$v^3 \lambda + \frac{4}{\lambda^2} = 3v^2$$

να δείξετε ότι

**i.**  $0 < \lambda < 1$  και **ii.**  $\lambda = \frac{2}{5}$