

ΜΕΤΡΑ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

1. Μια μεταβλητή παίρνει τις τιμές:

$$5, 3, 3\omega, 3, 2\omega, 3, 3\omega, \omega \text{ με } \omega > 0$$

Αν η μέση τιμή είναι  $\bar{x} = 4$

i. να βρείτε το  $\omega$

ii. για  $\omega=2$  να βρείτε: το εύρος των τιμών, τη διάμεσο τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση.

2. i. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

$x_i$	$v_i$	$f_i$	$f_i\%$	$N_i$	$x_i v_i$	$x_i^2$	$x_i^2 v_i$
1	10				10		
2				35			
3							
Σύνολο	50	1	100				

ii. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο.

iii. Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$ . Δίνεται ότι

$$s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left( \sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right\}$$

3. Στον διπλανό πίνακα συχνοτήτων έχουν χαθεί δύο συχνότητες. Γνωρίζουμε όμως ότι οι παρατηρήσεις έχουν μέση τιμή  $\bar{x} = 2$  και τυπική απόκλιση  $s = 1$ . Να βρείτε τις συχνότητες που έχουν χαθεί.

$x_i$	$v_i$
0	3
1	
2	
3	3
4	4

4. Να βρείτε με δύο τρόπους τη διακύμανση  $s^2$  και την τυπική απόκλιση της κατανομής:

Κλάσεις [-)	2-4	4-6	6-8	8-10
$v_i$	6	2	8	4

5. Σε ένα σύνολο 40 παρατηρήσεων η μέση τιμή είναι  $\bar{x}$  και η διακύμανση  $s^2$ . Αν 10 παρατηρήσεις έχουν μέση τιμή  $\bar{x}_0$  και διακύμανση  $s_{10}^2$  και οι υπόλοιπες 30 έχουν την ίδια μέση τιμή  $\bar{x}_0$  και διακύμανση  $s_{30}^2$ , να αποδειχθεί ότι είναι:

$$\bar{x} = \bar{x}_0 \text{ και } 40s^2 = 10s_{10}^2 + 30s_{30}^2$$

6. Δίνεται η κατανομή:

$x_i$	1	3	4	7	8
$v_i$	2	4	6	2	1

και η παράσταση  $f(\kappa) = \frac{2(1-\kappa)^2 + 4(3-\kappa)^2 + 6(4-\kappa)^2 + 2(7-\kappa)^2 + (8-\kappa)^2}{15}$ , όπου  $\kappa \in \mathbb{Z}$  (ακέραιος).

Να αποδείξετε ότι η ελάχιστη τιμή της παράστασης  $f(\kappa)$  είναι η διακύμανση της μεταβλητής  $x_i$ .

- Ζ.** Οι απουσίες των μαθητών της Γ' τάξης ενός Ενιαίου Λυκείου κατά τους μήνες Ιανουάριο – Φεβρουάριο – Μάρτιο – Απρίλιο έχουν ομαδοποιηθεί σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους και εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα σχετικών συχνοτήτων:

Απουσίες μαθητών	Κέντρο κλάσης $x_i$	Σχετική συχνότητα $f_i$
[ ... - ... )	...	0,1
[ ... - 7 )	...	...
[ ... - ... )	...	0,3
[ ... - ... )	10	...
Σύνολο		1

Αν επιπλέον δίνεται ότι η σχετική συχνότητα της 4<sup>ης</sup> κλάσης  $f_4$  είναι διπλάσια της σχετικής συχνότητας της 2<sup>ης</sup> κλάσης  $f_2$ , τότε:

- Na αποδείξετε ότι το πλάτος  $c$  των κλάσεων ισούται με 2.
  - Na μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα σχετικών συχνοτήτων στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά, αφού υπολογίσετε τις αντίστοιχες τιμές.
- γ. i.** Na βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{x}$ .
- ii.** Na βρείτε την τυπική απόκλιση  $s$ .

- 8.** Κατά την αρχή της σχολικής χρονιάς οι 50 μαθητές της τρίτης τάξης ενός Λυκείου ρωτήθηκαν σχετικά με τον αριθμό των βιβλίων που διάβασαν την περίοδο των θερινών διακοπών. Σύμφωνα με τις απαντήσεις που δόθηκαν, συντάχθηκε ο παρακάτω πίνακας:

Αριθμός Βιβλίων $x_i$	Αριθμός Μαθητών $n_i$
0	$a+4$
1	$5a+8$
2	$4a$
3	$a-1$
4	$2a$
Σύνολο	50

- α.** Na υπολογίσετε την τιμή του  $a$ .

Στη συνέχεια να βρείτε:

- Τη μέση τιμή του αριθμού των βιβλίων που διάβασαν οι μαθητές.
- Τη διάμεσο του αριθμού των βιβλίων που διάβασαν οι μαθητές.
- Το ποσοστό των μαθητών που έχουν διαβάσει τουλάχιστον 3 βιβλία.