

ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

1. Η κατανομή συχνοτήτων των σωλήνων που παράγει μια μηχανή ως προς το μήκος τους είναι περίπου κανονική. Έστω ότι η διάμεσος των μηκών των σωλήνων είναι **3 m** και το **2,5%** των σωλήνων έχουν μήκος πάνω από **3,04 m**.

i. Να βρείτε:

α. Τη μέση τιμή, την τυπική απόκλιση, το εύρος,

β. το ποσοστό των σωλήνων που έχουν μήκος **2,96 m** έως και **3,02 m**

ii. Μια σωλήνα θεωρείται ελαττωματική όταν έχει μήκος μεγαλύτερο από **3,06 m** ή μικρότερο από **2,94 m**. Αν η μηχανή παράγει **4000** σωλήνες και οι **18** είναι ελαττωματικές να εξετάσετε αν η λειτουργία της μηχανής έχει βλάβη.

2. Το βάρος ενός δείγματος μαθητών λυκείου ακολουθεί κανονική ή περίπου κανονική κατανομή. Το **50%** των μαθητών του δείγματος έχουν βάρος το πολύ **65 Kg**, ενώ περίπου το **47,5%** αυτών έχουν βάρος από **65 Kg** έως **75 Kg**.

α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την τυπική απόκλιση του βάρους των μαθητών του δείγματος.

β. Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών του δείγματος, που έχουν βάρος από **55 Kg** έως **70 Kg**.

γ. Ο αριθμός των μαθητών του δείγματος αυτού που έχουν βάρος από **55 Kg** έως **60 Kg**, είναι **27**. Να υπολογίσετε το σύνολο των μαθητών του δείγματος.

3. Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το **50%** των παρατηρήσεων έχουν τιμή μεγαλύτερη του **20**. Το **81,5%** των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα **(16, 22)** με άκρα του διαστήματος χαρακτηριστικές τιμές της κανονικής κατανομής $\bar{x} \pm 3s$, $\bar{x} \pm 2s$, $\bar{x} \pm s$

α. Να δείξετε ότι $\bar{x} = 20$ και $s = 2$.

β. Να βρείτε το $\alpha \in \mathbb{N}^*$, αν είναι γνωστό ότι στο διάστημα $(\bar{x} - \alpha s, \bar{x} + \alpha s)$ ανήκει το **95%** περίπου των παρατηρήσεων.

γ. Αν \mathbf{R} είναι το εύρος της κατανομής, να βρείτε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης: $f(x) = \frac{\mathbf{R}}{2} x^2 - (\bar{x} + 4)x + 9s$

4. Οι βαθμοί **200** μαθητών έχουν μέση τιμή **12** και διακύμανση **4**. Έστω ότι για τους βαθμούς των **199** μαθητών

ισχύει ότι $\sum_{i=1}^{199} (x_i - \bar{x})^2 = 775$ και $x_{200} > 10$.

α. Να βρείτε το βαθμό του **200^{ου}** μαθητή.

β. Αν οι βαθμοί ακολουθούν την κανονική κατανομή να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που ο βαθμός τους να είναι τουλάχιστον **18**.

5. Έστω η συνάρτηση $f(x) = -2x^2 + \kappa x + 4\sqrt{x} + 10, x \geq 0$.

α. Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης στο σημείο **A(1, f(1))** είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, να αποδείξετε ότι $\kappa=2$ και να βρείτε την εξίσωσή της.

β. Μία τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\bar{x} = f(1)$ και τυπική απόκλιση

$s = -\frac{2f'(4)}{13}$. Αν τρεις παρατηρήσεις, αντιπροσωπευτικού δείγματος μεγέθους n , είναι μικρότερες ή ίσες του

8, να βρείτε τον αριθμό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα **(10, 16)**.

6. Οι βαθμοί των μαθητών σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών μιας τάξης ενός Λυκείου ακολουθούν κανονική κατανομή. Το **50%** των μαθητών έγραψε τουλάχιστο **13**, ενώ το **34%** από **13** έως **14**:

α. Να βρείτε τη διάμεσο δ , τη μέση τιμή \bar{x} και την τυπική απόκλιση s των βαθμών των μαθητών.

β. Αν **95** μαθητές της τάξης έγραψαν από **11** έως **13**:

i. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών της τάξης.

ii. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που έγραψαν από **14** έως **15** στο διαγώνισμα αυτό.