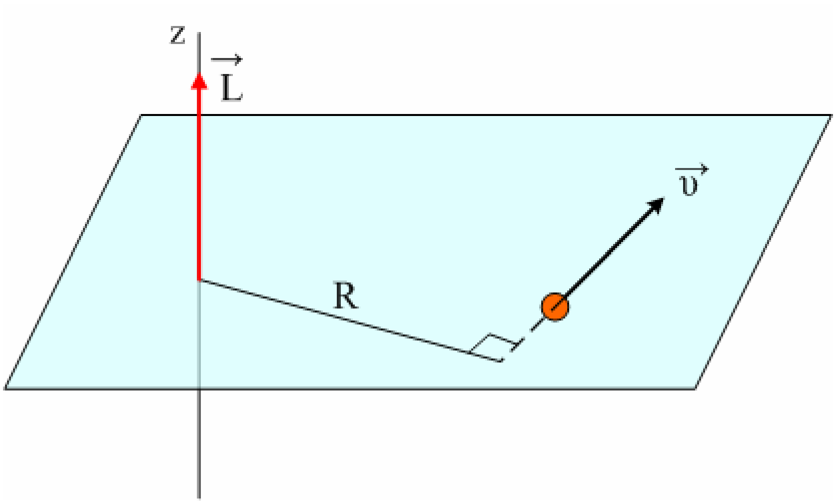
Στροφορμή

Στροφορμή υλικού σημείου

Αν έχουμε ένα υλικό σημείο που κινείται με ταχύτητα υ, τότε έχει στροφορμή ως προς σημείο ή ως προς άξονα, που το μέτρο της υπολογίζεται από την εξίσωση

$$L = m\upsilon R$$



Όπου R η απόσταση του φορέα της ταχύτητας από το σημείο ή τον άξονα. Η κατεύθυνσή της είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζει ο φορέας της ταχύτητας και το σημείο αναφοράς Ο, ενώ βρίσκεται πάνω στον άξονα, στην περίπτωση που αναφέρεται σε άξονα.

Πρέπει να τονισθεί ότι:

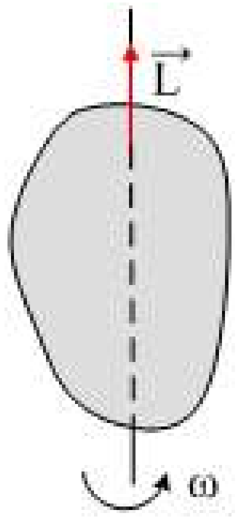
1) Το υλικό σημείο δεν είναι ανάγκη να εκτελεί κυκλική κίνηση.

2) Η στροφορμή εξαρτάται από το σημείο αναφοράς. Έτσι στο παράδειγμά μας αν το σημείο ήταν πάνω στον φορέα της ταχύτητας, η στροφορμή θα ήταν μηδέν.

Στροφορμή στερεού σώματος

Αν έχουμε ένα στερεό που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, η στροφορμή θα έχει την κατεύθυνση του άξονα και το μέτρο της θα δίνεται από την εξίσωση:

$$L=I\cdot\omega$$



i) Αν ο άξονας περιστροφής του στερεού περνά από το κέντρο μάζας του, τότε η στροφορμή ονομάζεται και spin.

ii) Αν ο άξονας περιστροφής δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού, τότε η στροφορμή του στερεού μπορεί να θεωρηθεί σαν το άθροισμα του spin και της στροφορμής που έχει ένα υλικό σημείο μάζας m το οποίο εκτελεί κυκλική κίνηση γύρω από τον άξονα περιστροφής.

Παράδειγμα 1ο:

Έστω ένας οριζόντιος δίσκος μάζας m και ακτίνας R, ο οποίος στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω. Να υπολογίσετε την στροφορμή του δίσκου ως προς κατακόρυφο άξονα, όταν αυτός:

α) Περνά από το κέντρο Ο του δίσκου.

β)Περνά από ένα σημείο Α της περιφέρειας του δίσκου.

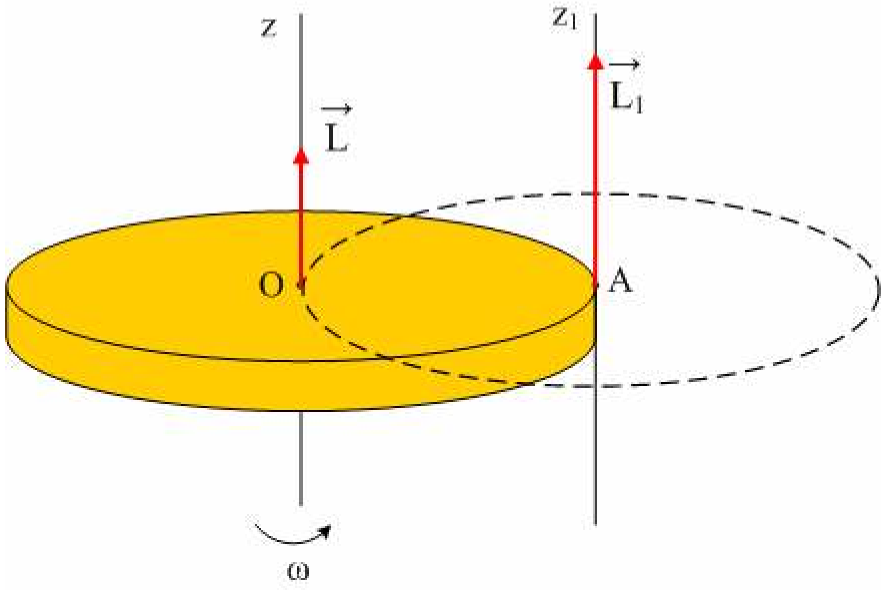
Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο και είναι κάθετος στο επίπεδό του $I = 1/2\ m \cdot R^2$.

Λύση

α) Για το σχήμα (α) το στερεό στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του και έχει στροφορμή:

$$L = I_{cm} \cdot \omega = 1/2 m \cdot R^2 \cdot \omega \quad (1)$$

β) Στο σχήμα (β) το στερεό στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από ένα σημείο A της περιφέρειάς του, οπότε η στροφορμή του είναι:



$$L_1 = I \cdot \omega \quad (2)$$

Όπου I η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα z_1. Αλλά από τον νόμο του Steiner έχουμε:

$I = I_{cm} + mR^2 = 1/2 m \cdot R^2 + mR^2$ και με αντικατάσταση στην εξίσωση (2) έχουμε:

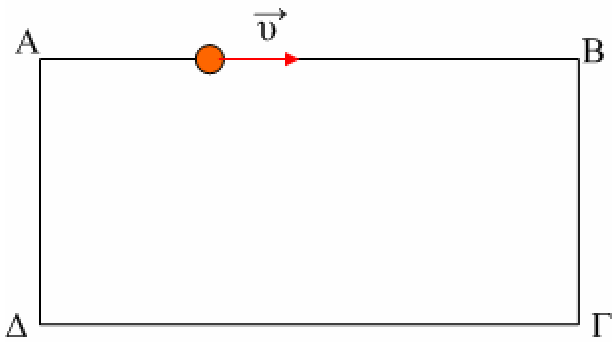
$L_1 = (1/2 m \cdot R^2 + mR^2) \cdot \omega = 1/2 m \cdot R^2 \cdot \omega + mR^2 \omega = 1/2 m \cdot R^2 \cdot \omega + m \cdot \omega R \cdot R$ άρα

$$L_1 = L_{cm} + m\upsilon R$$

Άρα η στροφορμή ως προς τον άξονα z_1 είναι ίση με το spin ως προς τον άξονα z συν την στροφορμή ενός υλικού σημείου (του κέντρου μάζας) που εκτελεί κυκλική κίνηση γύρω από το σημείο A.

Εφαρμογή 1η:

Ένα υλικό σημείο μάζας 0,2kg κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα υ=5m/s πάνω στη πλευρά ΑΒ ενός ορθογωνίουΑΒΓΔ με πλευρές (ΑΒ)=3m και (ΒΓ)=1,5m. Να βρείτε:



α) Τη στροφορμή του σώματος ως προς την κορυφή Γ. Ποια η κατεύθυνση του διανύσματος;

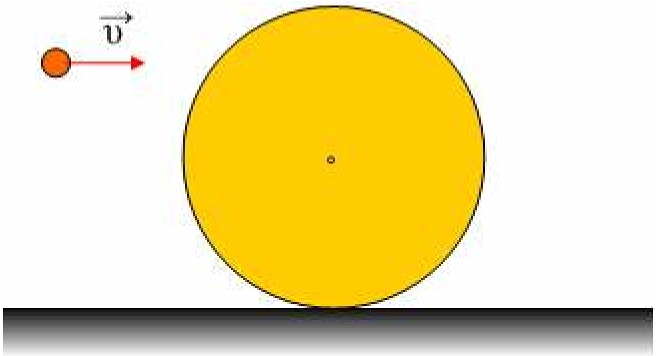
β) Τη στροφορμή ως προς την κορυφή Α του ορθογωνίου.

Αρχή διατήρησης της Στροφορμής σε μια κρούση.

Έστω ότι μια κινούμενη μάζα m συγκρούεται με ένα στερεό σώμα, π.χ. με ένα κύλινδρο. Πώς εφαρμόζεται η αρχή διατήρησης της στροφορμής;

1) Αν ο άξονας περιστροφής είναι σταθερός, θα εφαρμόζουμε την Α.Δ.Σ. ως προς τον άξονα περιστροφής χωρίς να μας ενδιαφέρει το κέντρο μάζας του συστήματος.

2) Αν ο άξονας είναι μεταβλητός θα παίρνουμε διατήρηση στροφορμής ως προς το κέντρο μάζας;

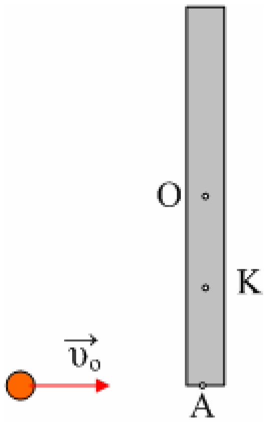


α) Αν η κρούση είναι πλαστική, θα βρίσκουμε πρώτα το κέντρο μάζας και μετά θα παίρνουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής.

β) Αν δεν υπάρχει συσσωμάτωμα, τότε δεν είναι αναγκαίο να βρούμε το κέντρο μάζας. Θα παίρνουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής, ως προς το κέντρο του κυλίνδρου.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

1) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας Μ. Ένα βλήμα μάζας Μ κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_0 και προσκολλάται στο άκρο Α της σανίδας. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος, μετά την κρούση.



Λύση:

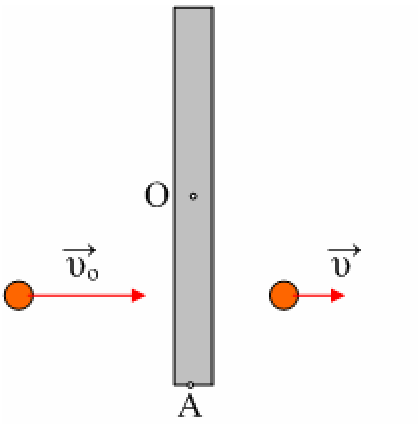
Η αρχή διατήρησης της στροφορμής θα εφαρμοστεί όχι ως προς το μέσον Ο της σανίδας, αλλά ως προς το κέντρο μάζας του συστήματος Κ, το οποίο εξαιτίας της ισότητας των δύο μαζών, βρίσκεται στο μέσον της ΟΑ. Οπότε εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της στροφορμής για το σύστημα βλήμα σανίδα παίρνουμε:

$$L_{αρχ}=L_{τελ}$$

οπότε

$$M\upsilon_0 \frac{l}{4} = [\frac{1}{12}Ml^2 + M(\frac{l}{4})^2 + M(\frac{l}{4})^2] \cdot \omega_\kappa$$

2) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας M. Ένα βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_0 διαπερνά τη σανίδα σε απόσταση d από το μέσον της Ο και εξέρχεται με ταχύτητα υ. Ποια η γωνιακή ταχύτητα που αποκτά η σανίδα;



Λύση:

Η αρχή διατήρησης της στροφορμής εφαρμόζεται ως προς το μέσον Ο της σανίδας, αφού γύρω από το Ο θα περιστραφεί η σανίδα.

$$m\upsilon_0 d = m\upsilon d + \frac{1}{12}Ml^2 \cdot \omega$$

Μπορείτε να το κατεβάσετε σε αρχείο pdf.

dmargaris@sch.gr