Η Παράμετρος σε μερικές βασικές περιπτώσεις

Η Εξίσωση Α·Χ=Β

Κάθε πρωτοβάθμια εξίσωση μετά από πράξεις μπορεί πάντα να φτάνει στην μορφή Α·Χ=Β. Έτσι αν :

$A \neq 0$	$A = B = 0$	$A = 0$ και $B \neq 0$
η εξίσωση έχει μία μοναδική λύση, την $x = \frac{B}{A}$	η εξίσωση αληθεύει για κάθε τιμή του $x \in R$ (ταυτότητα , αόριστη)	η εξίσωση είναι ΑΔΥΝΑΤΗ

Ασκήσεις

Να λύσετε την εξίσωση: $2(\chi-1)=3+2\chi$	Βρείτε το κ, ώστε η εξίσωση: $k^2\chi-k=3k\chi-2\chi-2$ να έχει λύση $\chi=1$. Για την τιμή αυτή του κ, η εξίσωση έχει άλλες λύσεις;	Να λύσετε την εξίσωση: $2\chi-\lambda+1=0$
Να λύσετε την εξίσωση: $\lambda^2\chi-1=2-\chi$	Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση: $(k^3-\kappa)\chi=k^2-1$ αληθεύει για κάθε τιμή του $\chi \in R$;	Για ποιες τιμές του $\lambda \in R$, η εξίσωση: $(\lambda-\lambda^2)\chi=\lambda$, είναι αδύνατη;
Για ποιες τιμές του κ, η εξίσωση: $(k^2-4)\chi=k^2+1$ έχει μοναδική λύση ;	Αν η εξίσωση: $(2k-\lambda-1)\chi=k+\lambda-2$ έχει λύσεις $\chi=1$ και $\chi= -1$, να βρείτε τα κ , λ. Για τις τιμές αυτές των κ , λ η εξίσωση έχει άλλες λύσεις;	Για ποιες τιμές του $\lambda \in R$, οι εξισώσεις: $(\lambda^2-\lambda)\chi=\lambda$ και $(\lambda^2-1)\chi=\lambda+1$ είναι συγχρόνως αδύνατες ;
Αν η εξίσωση $k(\chi-2)+3\lambda = 5\chi+2$ ισχύει για κάθε $\chi \in R$ να δείξετε ότι η εξίσωση $k(\lambda-4)\chi+2\lambda-k = 0$ είναι αδύνατη.	Αν η εξίσωση: $(a^3-5a^2+6a)\chi=a^2-2a$, αληθεύει για περισσότερες από μία τιμές του χ, να βρείτε το α.	Για ποιες τιμές των α , β η εξίσωση $a^2\chi-a^2\beta=a\beta^2-\beta^2\chi$ αληθεύει για κάθε τιμή του χ;

Το Σύστημα $\begin{cases} a_1 x+\beta_1 y=\gamma_1 \\ \alpha_2 x+\beta_2 y=\gamma_2 \end{cases}$

Θυμηθείτε ... $D=\begin{vmatrix} a_1 & \beta_1 \\ a_2 & \beta_2 \end{vmatrix}$, $D_x=\begin{vmatrix} \gamma_1 & \beta_1 \\ \gamma_2 & \beta_2 \end{vmatrix}$, $D_y=\begin{vmatrix} a_1 & \gamma_1 \\ a_2 & \gamma_2 \end{vmatrix}$ Έτσι αν:

$D\neq 0$	$D=0$ και $(\mathrm{D_x}\neq 0 \text{ ή } \mathrm{D_y}\neq 0)$	$D=D_x=D_y=0$
το σύστημα έχει <u>μοναδική λύση</u> την $\left(x=\frac{D_x}{D}\ ,\ \mathrm{y}=\frac{\mathrm{D_y}}{\mathrm{D}}\right)$	το σύστημα είναι <u>ΑΔΥΝΑΤΟ</u>	το σύστημα είναι <u>αδύνατο ή έχει άπειρες λύσεις</u> (υπολογίζουμε τις τιμές των παραμέτρων από τις σχέσεις $D=D_x=D_y=0$ και αντικαθιστώντας στο σύστημα βλέπουμε τι ακριβώς συμβαίνει)

<u>Ασκήσεις</u>

Βρείτε τα λ , μ∈R ώστε το σύστημα $\begin{cases}(\lambda+\mu+1)x+(\lambda-\mu)y=2\lambda-\mu \\ \lambda x+\mu y=0\end{cases}$ να έχει λύση (χ=1 , y=-1)	Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases}\lambda x-y=\lambda \\ x+\lambda y=2\lambda\end{cases}$ Βρείτε το λ∈R ώστε η λύση του (χ_0,y_0) να επαληθεύει την σχέση: $2\chi_0-3y_0=0$	Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases}\lambda x+y=\lambda^2 \\ \lambda x+\lambda y=\lambda\end{cases}$
Δίνονται τα συστήματα: $\begin{cases}(2\lambda-\mu-1)x+y=\lambda+\mu \\ (\lambda+2\mu-3)x+y=\lambda-\mu\end{cases}$ και $\begin{cases}\lambda^2 x+y=\mu \\ \mu^2 x+y=\lambda\end{cases}$ Βρείτε τις τιμές του λ , μ ∈R για τις οποίες τα συστήματα αυτά είναι συγχρόνως αδύνατα.	Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases}(a-1)x-2y=1 \\ 4x-(a+1)y=-2\end{cases}$ α∈R.	Για ποιες τιμές των λ , μ∈R οι ευθείες: (ε_1): λχ+μy=2 και (ε_2): χ+y=4 • είναι παράλληλες ; • ταυτίζονται ; • τέμνονται ; Ποιο είναι το σημείο τομής τους ;

Η Εξίσωση $α \cdot χ^2+βχ+γ=0$

(ή η συνάρτηση $y= α \cdot χ^2+βχ+γ$) , $a \neq 0$

Θυμηθείτε … **$Δ=β^2-4 \cdot α \cdot γ$** είναι η Διακρίνουσα. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης στρέφει τα «κοίλα» προς τα πάνω αν α>0 και τα «κοίλα» προς τα κάτω αν α<0. Έχει κορυφή το σημείο

$$K\left(x_0=-\frac{\beta}{2\alpha}, y_0=-\frac{\Delta}{4\alpha}\right)$$

1. Αν Δ<0 η εξίσωση είναι αδύνατη

2. Αν Δ>0 η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες τις $\rho_{1,2}=\dfrac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}$

3. Αν Δ=0 η εξίσωση έχει δύο ρίζες ίσες (μία διπλή) τις $\rho_{1,2}=\rho=\dfrac{-\beta}{2\alpha}$

Ασκήσεις

Για ποιες τιμές του $λ \in R$ η εξίσωση $(λ^2-1)χ+λχ+2λ+1=0$, έχει λύση χ=1; Για τις τιμές αυτές του λ έχει η εξίσωση άλλες λύσεις;

Για ποιες τιμές του $λ \in R$ η εξίσωση λχ-χ+λ=0

- Είναι αδύνατη;
- Έχει δύο ρίζες άνισες;
- Έχει δύο ρίζες ίσες; Ποιες είναι οι ίσες αυτές ρίζες;

Για ποιες τιμές του $λ \in R$ η εξίσωση $λχ^2-λχ+λ+1=0$

- Είναι αδύνατη;
- Έχει δύο ρίζες άνισες;
- Έχει δύο ρίζες ίσες; Ποιες είναι οι ίσες αυτές ρίζες;

Για ποιες τιμές του $λ \in R$ η εξίσωση $λχ^2+(λ+1)χ+λ+1=0$ έχει ρίζες

- Ετερόσημες ;
- Ομόσημες ;
- Με άθροισμα ριζών 2;

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=λx^2+(λ+1)x+λ+1$. Αν είναι γνωστό ότι παρουσιάζει για χ=1 μέγιστο να βρείτε το $λ \in R$. Ποια είναι η μέγιστη αυτή τιμή; Στην συνέχεια να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης και να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της το σύνολο τιμών της και τα σημεία τομής με τους άξονες.

Αν είναι γνωστό ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=(α+β-1)χ^2+(α-β+γ)χ+(γ-1)$ τέμνει τον άξονα y΄y στο σημείο με τεταγμένη 1, περνά από το σημείο Α(1,4) και ισχύει f(-1)=0 να βρείτε τα α , β , $γ \in R$. Στη συνέχεια να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης και να βρείτε τα ακρότατά της και τα διαστήματα μονοτονίας της.