

Αριθμητική – Γεωμετρική Πρόοδος

(ασκήσεις)

1. Ο Κοντορεβουθούλης πρέπει να «σημαδέψει» 20 σημεία για να είναι σίγουρος ότι θα βρει τον δρόμο της επιστροφής. Αρχίζει από το πρώτο σημείο όπου αφήνει 1 ψίχουλο, στο δεύτερο σημείο αφήνει 2 ψίχουλα στο τρίτο 3 κ.ο.κ Δυστυχώς ο Κοντορεβουθούλης δεν αντιλαμβάνεται ότι ένα πουλάκι τον παρακολουθεί και τρώει όλα τα ψίχουλα που αφήνει πίσω του. Το πουλάκι χορταίνει αν φάει 50 ψίχουλα. Να βρείτε σε ποιο σημείο ο Κοντορεβουθούλης θα χάσει το δρόμο του και πόσα ψίχουλα θα βρει στο σημείο αυτό;

2. Σε μια αριθμητική πρόοδο (a_n) το άθροισμα των 100 πρώτων περιττής τάξεως όρων της είναι $\Sigma_1 = \kappa$ και το άθροισμα των 100 πρώτων άρτιας τάξεως όρων της είναι $\Sigma_2 = \lambda$. Να δείξετε ότι η διαφορά ω της προόδου είναι:

$$\omega = \frac{\lambda - \kappa}{100}$$

3. Σε μια αριθμητική πρόοδο (a_n) ισχύει $a_1 = \omega \neq 0$. Να αποδείξετε ότι τα σημεία που αποτελούν τη γραφική παράσταση της, ανήκουν σε μια ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Αν θ είναι η γωνία που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$, να υπολογίσετε την $\epsilon\phi\theta$.

4. Έστω μια γεωμετρική πρόοδος (a_n) με $a_{501} = \kappa$. Να υπολογίσετε το γινόμενο των 1001 πρώτων όρων της (Απ: κ^{1001})

5. Ένας στρατιώτης βρίσκεται στο σημείο $\Sigma_1(-4569, -368)$ μιας ναρκοθετημένης περιοχής και έχει διαταγή να μετακινείται διαδοχικά κατά 2 μονάδες προς τα

δεξιά και κατά 3 μονάδες προς τα πάνω για να αποφύγει τις νάρκες ώσπου να φτάσει στην μη ναρκοθετημένη περιοχή που είναι το πρώτο τεταρτημόριο (1 μονάδα μετακίνησης = 1 βήμα). Να βρείτε σε πόσα βήματα θα βρεθεί σε ασφαλή περιοχή;

6. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος (a_n) με $a_1=2$ και $\omega=4$. Να αποδείξετε ότι ο νιοστός όρος της ακολουθίας a_1, a_4, a_{16}, \dots είναι 4^y-2 .
7. Αν $(a_n), (b_n)$ είναι δύο αριθμητικές πρόοδοι με κοινή διαφορά ω και $a_{368}=\beta_{359}$ να αποδείξετε ότι: $\beta_n=a_{n+9}, n \in \mathbb{N}^*$
8. Αν (a_n) είναι αριθμητική πρόοδος και οι όροι τάξεως $p-1, p+1$ είναι αντίθετοι να αποδείξετε ότι: $S_{2p-1}=0$ και αντίστροφα.
9. Αν (a_n) είναι ακολουθία με $a_n=5n-9960$, να βρείτε το άθροισμα των 3983 πρώτων όρων της.
10. Αν (a_n) είναι αριθμητική πρόοδος με διαφορά $\omega \neq 0$ και $a_p=1$, να δείξετε ότι: $S_{2p-1}=2p-1$
11. Αν (a_n) είναι αριθμητική πρόοδος με $a_{500}=\kappa$, να δείξετε ότι το άθροισμα των 500 πρώτων περιττής τάξεως όρων της ισούται με 500κ .
12. Να λυθεί η εξίσωση: $\chi^2+4\chi^2+7\chi^2+\dots+58\chi^2=1180$