

Στατιστική

1. Σε μια εταιρεία εργάζονται 210 εργάτες, 30 διοικητικοί υπάλληλοι και 60 επιστήμονες. Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων, επί % πίνακα σχετικών συχνοτήτων, ραβδόγραμμα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων και κυκλικό διάγραμμα.

3. Τα έξοδα μιας επιχείρησης είναι 250.000€ και κατανέμονται ως εξής:

Μισθοί	Φόροι	Ενοίκια	Διαφήμιση
56%	16%	20%	8%

I) Να βρείτε το ποσό των χρημάτων που ξοδεύει η επιχείρηση για μισθούς, φόρους, ενοίκια, διαφήμιση

II) Να παραστήσετε τα δεδομένα σε ραβδόγραμμα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων καθώς και σε κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

5. Ένα κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζει τα μηνιαία έξοδα μιας οικογένειας που είναι 1.200€. Να βρείτε το ποσό των χρημάτων που ξοδεύει η οικογένεια αυτή, για τα φροντιστήρια των παιδιών της, αν είναι γνωστό ότι η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία του κυκλικού τομέα είναι 36° .

2. Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα των παρακάτω παρατηρήσεων:

Τιμές x_i	A	B	Γ	Δ	E
v_i	12	42	17	8	21

4. Σε ένα κυκλικό διάγραμμα παριστάνεται η κατανομή των 1950 εργαζομένων κατοίκων μιας πόλης σε τέσσερις κατηγορίες ως εξής:

Εργάτες	Ανώτεροι υπάλληλοι	Κατώτεροι υπάλληλοι	Πωλητές
το 70% του πληθυσμού	η γωνία του κυκλ. τομέα είναι 36°	Τετραπλάσιοι των πωλητών	-----

Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

6. Στους Ολυμπιακούς Αγώνες της Ατλάντα για άτομα με ειδικές ανάγκες, η Κίνα πήρε 16 χρυσά, 22 αργυρά, και 12 χάλκινα μετάλλια. Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων και το κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

7. Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται η εξέλιξη της κινητής τηλεφωνίας στην Ελλάδα.

Έτος	Αριθμός Συνδρομητών
1993	32.500
1994	162.000
1995	287.000
1996	550.000
1997	800.000
1998	2.057.000

Να παραστήσετε τα δεδομένα αυτά σε χρονόγραμμα.

8. Μεταξύ των 120 μαθητών ενός σχολείου γίνεται ψηφοφορία για το ποια ομάδα προτιμούν. Κατά την καταχώρησή τους στον Η/Υ χάθηκαν μερικά στοιχεία. Μπορείτε να τα συμπληρώσετε ;

Ομάδα	Π.Α.Ο	Α.Ε.Κ	Ο.Σ.Φ.Π	Π.Α.Ο.Κ	Άλλη Ομάδα
Ψήφοι	12		39		
Ποσοστό				20%	
Επικ. Γωνία		120 ⁰			

9. 40 μαθητές ενός σχολείου ρωτήθηκαν πόσες ώρες βλέπουν τηλεόραση κατά μέσο όρο την ημέρα και οι απαντήσεις τους ήταν:

2	1	3	2	0	3	2	1	1	2
1	1	2	0	2	1	1	3	0	2
1	2	2	4	1	3	1	0	2	4
2	1	1	1	3	1	0	2	3	1

I) Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής συχνοτήτων (απόλυτων , σχετικών και αθροιστικών).

II) Να παραστήσετε τα δεδομένα αυτά με διάγραμμα και πολύγωνο συχνοτήτων , σχετικών συχνοτήτων , αθροιστικών συχνοτήτων και

10. Να συμπληρώσετε τον πίνακα (ενδείξεις τιμών κατά την ρίψη ενός ζαριού):

χ_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1						
2					5%	
3		0,15		0,7		
4			68			
5						
6	4		80			
Σύνολο						

αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

III) Να κατασκευάσετε το αντίστοιχο κυκλικό διάγραμμα.

IV) Να κατασκευάσετε το αντίστοιχο σημειόγραμμα.

Πόσες φορές εμφανίζεται μικρότερη του 4 ;

Πόσες φορές εμφανίζεται ένδειξη το πολύ 4 ;

Πόσες φορές εμφανίζεται ένδειξη τουλάχιστον 4 ;

Πόσες φορές εμφανίζεται ένδειξη μεγαλύτερη του 4 ;

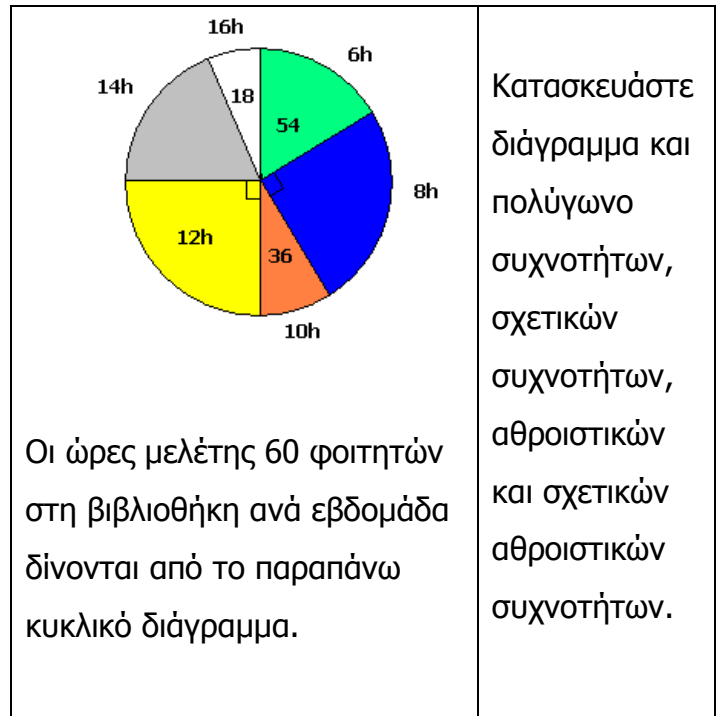
Πόσες φορές εμφανίζεται ένδειξη μεγαλύτερη του 2 και μικρότερη του 5 ;

Πόσες φορές εμφανίζεται ένδειξη μεγαλύτερη του 1 και μικρότερη ή ίση του 5 ;

11. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

x_i	1	2	3	4	5	
v_i	2		11	10		$v=32$
$f_i\%$		25				100%

12.



13. 36 υπάλληλοι ενός οργανισμού έκαναν αίτηση για μετάθεση και τα μόριά τους βάσει των οποίων θα γίνουν οι μεταθέσεις είναι:

80 , 90 , 120 , 150 , 80 , 100 , 130 , 110 , 120 , 120 , 100 , 110 , 160 , 180 , 190 , 90 , 120 , 130 , 80 , 80 , 90 , 90 , 100 , 100 , 100 , 130 , 120 , 120 , 150 , 120 , 160 , 100 , 140 , 140 , 110 , 150.

Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων.

- I) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- II) Αν ο οργανισμός μεταθέσει όσους έχουν πάνω από 120 μόρια πόσα άτομα θα πάρουν μετάθεση;
- III) Αν ο οργανισμός αποφασίσει ότι θα μεταθέσει μόνο το 25% των υποψηφίων πόσα μόρια τουλάχιστον πρέπει να έχει κάποιος για να πάρει μετάθεση;

14. Στο χιονοδρομικό κέντρο του Παρνασσού, οι ηλικίες 60 σκιέρ κατά την διάρκεια μιας ημέρας δίνονται από τον παρακάτω πίνακα:

12	30	48	17	33	28	31	18	21	35	19	32	12	26	26	31	32	22	28	41
24	31	13	27	37	22	32	10	33	28	31	24	34	18	35	16	34	21	33	25
49	27	48	26	36	26	31	32	15	33	29	30	33	25	36	26	32	40	27	41

Ι) Να ομαδοποιήσετε τις παρατηρήσεις σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους και να κάνετε πίνακα κατανομής συχνοτήτων, ιστόγραμμα και πολύγωνο $f_i\%$ και $F_i\%$.

15. Το βάρος των 300 μαθητών ενός σχολείου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Βάρος	[45,50)	[50,55)	[55,60)	[60,65)	[65,70)	[70,75)	[75,80)
Μαθητές	9	42	63	78	45	39	24

Να κατασκευάσετε ιστόγραμμα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό.

16. Υπολογίστε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων:

12 , 12 , 13 , 14 , 15 , 15 , 15 , 20 , 25 , 20 , 25 , 30 , 40 , 45

Υπολογίστε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων:

Κλάσεις [- , -)	[0,4)	[4,8)	[8,12)	[12,16)	[16,20)
v_i	5	12	16	7	10

18. Ο μέσος μισθός των 37 υπαλλήλων μιας εταιρείας είναι 800€. Ποια θα είναι η μέση τιμή αν όλοι οι μισθοί αυξηθούν κατά α) 20€ ο καθένας; β) 20% ο καθένας;

17. Υπολογίστε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων:

x_i	6	7	8	9	10
v_i	20	12	30	10	28

Το 56% των υπαλλήλων μιας επιχείρησης έχει μισθό 900€ τον μήνα , το 36% έχει μισθό 1.200€ και οι υπόλοιποι 1.800€. Να βρείτε το μέσο μισθό των υπαλλήλων της επιχείρησης.

19. Για την πρόσληψη σε έναν Οργανισμό απαιτούνται εξετάσεις σε τέσσερα μαθήματα Α , Β , Γ , Δ με συντελεστές βαρύτητας το καθένα 2 , 1 , 4 , 3 αντίστοιχα. Ποιος είναι ο μέσος βαθμός ενός υποψηφίου που πήρε αντίστοιχα τους βαθμούς: 15 , 18 , 13 , 16 ;

20. Να βρείτε τη διάμεσο των παρακάτω

παρατηρήσεων:

χ_i	12	14	16	18	20
ν_i	23	32	17	8	3

Λύση:

Κατασκευάζουμε τον πίνακα αθροιστικών συχνοτήτων

χ_i	12	14	16	18	20
ν_i	23	32	17	8	3
N_i	23	55	72	80	83

Και επειδή το πλήθος των παρατηρήσεων είναι

περιττός $\nu=83$ η διάμεσος θάναι η τιμή της

$(\nu+1)/2=42$ παρατήρησης δηλ. $\delta=14$

22. Επτά αριθμοί έχουν μέση τιμή 25 και η μέση τιμή των τεσσάρων πρώτων είναι 13,5. Να βρείτε τη μέση τιμή των τριών τελευταίων.

24. Οι βαθμοί του Ορέστη και ο αντίστοιχος συντελεστής βαρύτητας δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

	Βαθμός	Συντ. Βαρύτητας
1 ^ο Μάθημα	18	3
2 ^ο Μάθημα	19	2
3 ^ο Μάθημα	13	4
4 ^ο Μάθημα	18	2
Αρχαία	10	;

Αν ο σταθμικός μέσος όρος είναι 15 να βρείτε το συντελεστή βαρύτητας που έχουν τα Αρχαία.

21. Να βρείτε τη διάμεσο των παρακάτω

παρατηρήσεων

[- , -)	[10,15)	[15,20)	[20,25)	[25,30)
ν_i	10	8	22	10

Λύση:

Κατασκευάζουμε το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων

[- , -)	[10,15)	[15,20)	[20,25)	[25,30)
ν_i	10	8	22	10
$f_i\%$	20%	16%	44%	20%
$F_i\%$	20%	36%	80%	100%

Και από το διάγραμμα βρίσκουμε την διάμεσο.

23. Αν οι παρατηρήσεις t_1, t_2, \dots, t_n έχουν άθροισμα $40\sqrt{3}$ και μέση τιμή $5\sqrt{3}$, βρείτε το μέγεθος του δείγματος.

25. Στον παρακάτω πίνακα είναι: $\bar{x} = 3$

χ_i	1	2	3	4	5	
ν_i	k	40	16	20	λ	$\nu=100$

Να βρείτε τους φυσικούς αριθμούς k, λ.

26. Δύο ομάδες μπάσκετ A , B έχουν μέσο όρο επιτυχίας πόντων στα 8 πρώτα παιχνίδια του πρωταθλήματος 67,5 και 68,75 πόντους αντίστοιχα. Στο 9^ο παιχνίδι έπαιξαν μεταξύ τους και το αποτέλεσμα του αγώνα είναι A-B: 80-72. Ποια από τις δύο ομάδες έχει τώρα καλύτερο μέσο όρο ;

27. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή των

παρατηρήσεων:

18 , 13 , 22 , 15 , 28 , 30 , 14 , 22 , 17 , 22 ,
15 , 19

28. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή των

παρατηρήσεων:

X_i	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
v_i	2	3	5	8	7	5	6	3	8	2	5

29. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή των παρατηρήσεων:

$[-,-)$	$[0,4)$	$[4,8)$	$[8,12)$	$[12,16)$	$[16,20)$
v_i	7	12	18	25	9

30. Να βρείτε τη διασπορά και την τυπική απόκλιση

των παρατηρήσεων: 4 , 6 , 9 , 11 , 15

31. Να βρείτε τη διασπορά και την τυπική

απόκλιση των παρατηρήσεων:

X_i	2	3	4	5	6	7
v_i	3	5	4	5	3	1

32. Αν η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της

βαθμολογίας ενός δείγματος μαθητών είναι \bar{x} , S

αντίστοιχα, να βρείτε τη νέα μέση τιμή και τυπική

απόκλιση, αν η βαθμολογία κάθε μαθητή αυξηθεί

κατά 2 μονάδες.

33. Η μέση τιμή και η διασπορά ενός δείγματος

πέντε διαφορετικών παρατηρήσεων βρέθηκαν

$\bar{x} = 20$, $S^2 = 150$. Όμως διαπιστώθηκε ότι η

παρατήρηση 15 από λάθος καταγράφηκε σαν 20.

Να βρείτε την πραγματική μέση τιμή και διασπορά του δείγματος.

34. Αν οι παρατηρήσεις t_1 , t_2 , t_3 , t_4 έχουν μέση

τιμή 2 και διασπορά 6 , να βρείτε τη μέση τιμή και

διασπορά των παρατηρήσεων t_1 , t_2 , t_3 , t_4 , t_5 , όπου

$t_5=12$

35. Αν η μέση τιμή των x_1 , x_2 , ..., x_n είναι 12 και

η τυπική απόκλιση 3, να βρείτε τη μέση τιμή των

αριθμών x_1^2 , x_2^2 , ..., x_n^2 .

36. Οι τιμές x_1, x_2, \dots, x_n έχουν συντελεστή μεταβολής 25% και τα τετράγωνά τους έχουν μέση τιμή 68. Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των x_1, x_2, \dots, x_n .

38. Πέντε αριθμοί έχουν μέση τιμή 9 και διασπορά 10. Οι τρεις από αυτούς έχουν μέση τιμή 8 και διασπορά 6. Να βρείτε τους άλλους δύο αριθμούς.

40. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα με την βαθμολογία 10.000 μαθητών αν γνωρίζετε ότι η μέση τιμή είναι 12 και η διασπορά 2.

Βαθ	0-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20
f_i								
v_i								

42. Ο μέσος μισθός των εργαζομένων σε μια επιχείρηση είναι 1.000€ με συντελεστή μεταβολής 12%. Πήραν όμως αύξηση 10% και ένα επίδομα 20€ ο καθένας. Ποιος είναι ο νέος μέσος μισθός;

37. Για τις παρατηρήσεις t_1, t_2, \dots, t_n , ενός δείγματος μεγέθους n έχουμε

$$\sum_{t=1}^n t_i = 3\sqrt{5}, \quad \sum_{t=1}^n t_i^2 = 63, \quad S = 2 \quad \text{βρείτε το } n.$$

39. Αν $\bar{x} = \frac{7}{3}$ και $S^2 = \frac{14}{9}$ να συμπληρώσετε

τον πίνακα:

X_i	1	2	3	4	5
v_i	5	4			1

41. Η μέση τιμή και η διασπορά του ύψους των 12 παικτών μιας ομάδας μπάσκετ είναι αντίστοιχα 202 και 400. Έφυγαν όμως δύο παίκτες ύψους 205 και 198 και αποκτήθηκαν δύο νέοι παίκτες ύψους 203 και 206. Ποια είναι η νέα μέση τιμή και διασπορά ;

43. Αν οι παρατηρήσεις t_1, t_2, \dots, t_n , μιας μεταβλητής X έχουν άθροισμα 30 και μέση τιμή $\sqrt{2}-19$, να βρείτε το μέγεθος του δείγματος.

aris nikolaïdis