

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>:**

A) Να γράψετε:

1. Τον ορισμό της παραβολής
2. Την εξίσωση της παραβολής που έχει άξονα συμμετρίας τον  $y' y$  και εστία  $E(0, \frac{p}{2})$
3. Την εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής του ερωτήματος (2) στο τυχαίο σημείο της  $M(x_1, y_1)$

Μονάδες 3Χ4=12

B) Να γράψετε τον ορισμό του κύκλου και να αποδείξετε ότι η εξίσωση του κύκλου με κέντρο το σημείο  $O(0, 0)$  και ακτίνα  $\rho^2$ , είναι:  $x^2 + y^2 = \rho^2$ 

Μονάδες 13

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>:**

Δίνονται τα διανύσματα:  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  με  $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 1$  και  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{2 \cdot \pi}{3}$  και έστω  $\vec{u} = 2 \cdot \vec{\alpha} + 4 \cdot \vec{\beta}$

$$\vec{v} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$$

A) Να βρείτε το  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ .

Μονάδες 5

B) Να βρείτε τα μέτρα των διανυσμάτων  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$ .

Μονάδες 9

Γ) Να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$ .

Μονάδες 9

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>:**

Δίνεται η έλλειψη:  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  που τέμνει τον άξονα  $y' y$  στα σημεία B και B'.

A) Να βρείτε τις συντεταγμένες των εστιών της E' και E και την εκκεντρότητα της έλλειψης.

Μονάδες 7

B) Να αποδείξετε ότι οι εξισώσεις των εφαπτομένων στο σημείο της έλλειψης που έχει τετμημένη  $x_0 = 1$  είναι:  $(\epsilon_1): x + \sqrt{2} \cdot y = 2$  και  $(\epsilon_2): x - \sqrt{2} \cdot y = 2$ . Ποιες είναι οι συντεταγμένες του σημείου τομής των  $(\epsilon_1)$  και  $(\epsilon_2)$ ;

- Γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζεται από τις προηγούμενες εφαπτόμενες ( $\epsilon_1$ ) και ( $\epsilon_2$ ) και την ευθεία  $x = 1$

Μονάδες 12,5

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>:**

Δίνεται η παραβολή με εξίσωση:  $x^2 = 2 \cdot p \cdot y$  που διέρχεται από το σημείο  $A(2, 1)$

1. Να αποδείξετε ότι  $p = 2$  και μετά βρείτε τις συντεταγμένες της εστίας της παραβολής.

Μονάδες 5

2. Στα σημεία της παραπάνω παραβολής που έχουν τεταγμένη  $y_0 = 1$ , να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της και το σημείο τομής των εφαπτομένων αυτών.

Μονάδες 10

3. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζεται από τις προηγούμενες εφαπτόμενες και την ευθεία  $y = 1$

Μονάδες 10

Ο Εισηγητής

Η Διευθύντρια

Νικολαΐδης Άρ.

Σαλταφέρου Κυριακή