

## ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ – ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΤΑΞΗ : Γ'

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> :**

Αν ισχύει  $\int_x^{x^2} f(t)dt \geq x^2 - x$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  και η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$ , να δείξετε ότι υπάρχει :  $\xi \in (0,1) : f'(\xi) = 0$ .

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup> :**

Αν  $f$  συνεχής συνάρτηση στο  $\mathbb{R}$  με  $f(x) > 0$  και  $f(x) + \int_0^x t \cdot f(t)dt = 1$

i) Να δείξετε ότι η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$ .

ii) Να βρείτε την  $f$ .

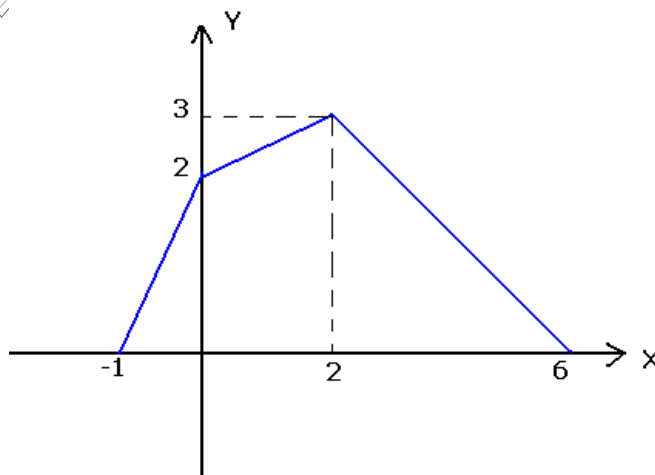
iii) Να δείξετε ότι :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^x t \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 1$

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup> :**

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$ . Να βρείτε τον

τύπο της συνάρτησης  $F(x) = \int_{-1}^x f(t)dt$  και να την

μελετήσετε ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup> :**

Δίνεται η συνάρτηση  $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = \eta \mu x + x$ ,  $x \in [0, \pi]$

α) Δείξτε ότι αντιστρέφεται.

β) Δείξτε ότι τα διαγράμματα των  $f(x)$  και  $f^{-1}(x)$  τέμνονται και να βρεθούν τα σημεία τομής.

γ) Να βρεθεί το εμβαδόν που περικλείεται από την γραφική παράσταση  $C_f$  της  $f$ , και την γραφική παράσταση  $C_{f^{-1}}$  της  $f^{-1}$ .