

<b>ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:</b>	<b>ΒΑΘΜΟΣ</b>
-----------------------	---------------

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

- A) Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των  $z \in \mathbb{C}$  για τους οποίους ισχύει:  $|2z - 5| = |4 - z|$

Μονάδες 13

- B) Αν οι  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  έχουν τις εικόνες τους στον προηγούμενο γ.τ να αποδείξετε ότι:  
 $|z_1 - z_2| \leq 2$

Μονάδες 12

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

- Αν  $|z| \leq \frac{3}{2}$  να αποδείξετε ότι:  $|(3 - 2i)z^3 - iz| < 15$

Μονάδες 25

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

- A) Αν  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  και ισχύει:  $z_1 \cdot z_2 = w^2$ , να αποδείξετε ότι:

$$\left| \frac{z_1 + z_2}{2} + w \right| + \left| \frac{z_1 + z_2}{2} - w \right| = |z_1| + |z_2|$$

Μονάδες 20

- B) Αν  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  είναι οι ρίζες του  $f(z) = z^2 - 2(1+i)z - 1$ , να υπολογίσετε το άθροισμα  $|z_1| + |z_2|$

Μονάδες 5

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

- Αν  $A, B, \Gamma$  είναι οι εικόνες των  $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$  και ισχύει η σχέση:  $z_3 = \frac{1}{2}iz_1 + \left(1 - \frac{1}{2}i\right)z_2$ , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο.

Μονάδες 25