

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

ΤΑΞΗ : Γ₂₁

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΘΕΜΑ 1^ο :

Αν οι μιγαδικοί αριθμοί z_1 , z_2 έχουν εικόνες στο μιγαδικό επίπεδο τα σημεία A, B αντίστοιχα, που δεν ανήκουν στον κύκλο $C: x^2 + y^2 = 1$, να δείξετε ότι:

$$|z_1 + z_2| > |1 + z_1 \cdot \bar{z}_2| \Leftrightarrow (\text{ένα μόνο από τα σημεία A , B είναι εσωτερικό σημείο του κύκλου C})$$

Μονάδες 50

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται ο μιγαδικός $z \in \mathbb{C}$, για τον οποίο ισχύει: $|2z + 1| = |z - 7|$

- A. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των εικόνων του z και να τον περιγράψετε με μια εξίσωση του z .
- B. Να βρείτε την μέγιστη τιμή της παράστασης: $|z - 4i|$
- Γ. Υπολογίστε τον z , για τον οποίο η παραπάνω παράσταση γίνεται μέγιστη.

Μονάδες 18+14+18=50